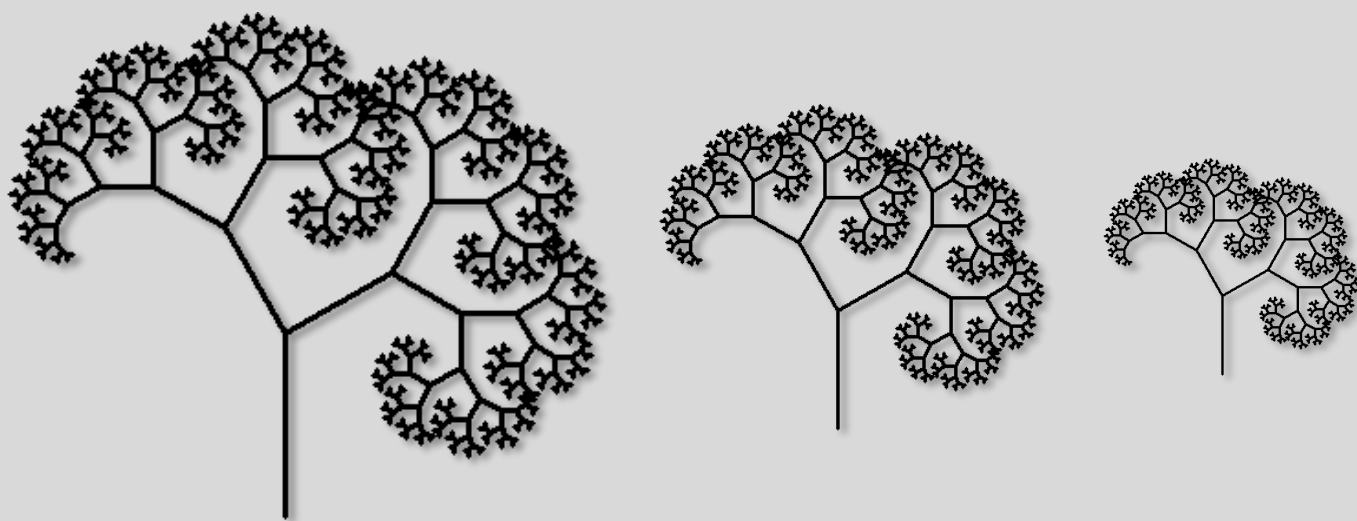




# Belépő a tudás közösségébe

## Szakköri segédanyagok tanároknak



# Logo versenyfeladatok megoldása a Scratch programozási nyelven

Bernát Péter

*A kiadvány „A felsőoktatásba bekerülést elősegítő készségfejlesztő és kommunikációs programok megvalósítása, valamint az MTMI szakok népszerűsítése a felsőoktatásban” (EFOP-3.4.4-16-2017-006) című pályázat keretében készült 2017-ben.*



Eötvös Loránd Tudományegyetem  
Informatikai Kar



MAGYARORSZÁG  
KORMÁNYA

**SZÉCHENYI** 2020

**Európai Unió**  
Európai Szociális  
Alap



**BEFEKTETÉS A JÖVŐBE**

# Logo versenyfeladatok megoldása a Scratch programozási nyelven

## Szerző

Bernát Péter

## Felelős kiadó

ELTE Informatikai Kar  
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/C.

## ISBN szám

ISBN 978-963-284-994-2

*A kiadvány „A felsőoktatásba bekerülést elősegítő készségfejlesztő és kommunikációs programok megvalósítása, valamint az MTMI szakok népszerűsítése a felsőoktatásban” (EFOP-3.4.4-16-2017-006) című pályázat keretében készült 2017-ben.*

# Tartalomjegyzék

Bevezető.....	5
A Scratch.....	6
A felhasználói felület.....	6
A programozási nyelv.....	7
Teknőcgrafika és szövegkezelés a Scratch-ben.....	8
Teknőcgrafika.....	8
Kezdőállapot.....	8
Mozgatás.....	8
Tollhasználat.....	9
Szövegkezelés.....	10
A Scratch és a Logo teknőcgrafikai és szövegkezelési lehetőségeinek összehasonlítása.....	11
Teknőcgrafika.....	11
Szövegkezelés.....	12
Sokszögek, csillagok.....	13
Derékszögű háromszögekből álló alakzatok.....	13
Alapfeladat.....	13
Feladatvariáció.....	14
Szabályos háromszögeket tartalmazó alakzatok.....	14
Háromszögek illesztése szabályos sokszögek oldalára.....	14
Háromszögek illesztése szabályos sokszögek oldalára, a körvonal megrajzolásával.....	15
Szabályos háromszögekből álló jelvények rajzolása.....	16
Négyzetek rajzolása.....	18
Négyzetből alkotott alakzatok készítése.....	18
Trapézából alkotott alakzatok rajzolása.....	19
Csillagok rajzolása.....	19
Szabályos csillagsokszögek.....	19
Körök, körívek rajzolása.....	24
Körvonal rajzolása (ha a szereplő pozíciója a körvonalon van).....	24
Alapfeladat.....	24
1. variáció: Gumimatrac.....	27
2. variáció: Medál.....	27

3. variáció: Virág.....	28
Kör rajzolása (ha a szereplő pozíciója a kör közepén van) .....	28
Alapfeladat .....	28
Feladatvariáció: Kokárda.....	30
Félkör rajzolása.....	30
Feladat.....	30
Körívek rajzolása.....	32
Kapu.....	32
Fogaskerek .....	33
Térkitöltés forgatással.....	35
Virágablak.....	35
Jégvirág.....	36
Virág.....	39
Sorminták.....	40
Sorminta azonos elemekből.....	40
Írásos hímzés .....	40
Égig érő paszuly .....	42
Sorminta sorból és tükörképéből összeállítva .....	43
Kígyó-sárkány.....	43
Sorminta több sorból.....	45
Fríz .....	45
Szálbehúzásos hímzés.....	46
Mozaik – sorminták egymás fölé .....	51
Négyzetmozaikok azonos alapelemekből.....	51
Csempe .....	52
Csempe külső szegély felhasználásával .....	54
Terítő – két mozaik egymáson .....	56
Mozaik kétféle elemből.....	59
Padló .....	59
Mozaik – szegély is, kétféle elem is.....	62
Nem négyzet alapú mozaikok .....	66
Hatszögmozaik.....	66
Ásványok – molekulák – kristályok.....	68
Szilikát.....	69
Piroxén.....	71

Béta-kvarc.....	73
<b>Rekurzió .....</b>	<b>77</b>
Sorminta változó méretű elemekkel .....	77
Távolodó madarak .....	77
Orgonasíp.....	79
Spirálok .....	81
Spirál négyzetekből.....	81
Kettős spirál háromszögekből.....	83
Rekurzív forgatás, eltolás .....	84
Körcikkekből spirál.....	84
Íves elemek.....	85
<b>Mozaik – rekurzívan.....</b>	<b>87</b>
Forgatott elemek .....	87
Mozaik többféle elemmel.....	90
Sorok hossza különböző .....	92
Piramis .....	92
<b>Variációk fa rajzolásra.....</b>	<b>94</b>
1. Feladatsor az alapmegoldás programjából kiindulva .....	95
Elemi feladatvariációk .....	95
2. Feladatsor az alapmegoldás eredményéből kiindulva .....	98
Ágak a törzsből.....	98
Az ágak egy része nem fa .....	99
3. Feladatsor két megoldás kombinálásával.....	103
4. Feladatsor külső hatásokkal befolyásolva.....	104
Paraméterfüggő rajzok .....	104
Írányfüggő rajz.....	105
Véletlenszerű fa .....	107
<b>Fraktálok .....</b>	<b>108</b>
Szakasz helyettesítése egy törött vonallal.....	109
Sierpinski nyílhegy görbéje.....	109
Kiindulás nem egyetlen szakaszból, hanem egy háromszög oldalaiból.....	110
Háromszögek felhasználása fraktál alakzatok készítésénél .....	111
Az oldalak közepén újabb háromszögek nőnek ki.....	111
Hasonló háromszögekre darabolt háromszög(ek) .....	112
Fraktálok körökből építve.....	115

Körvonalon elhelyezkedő újabb körök.....	115
Nem minden fraktálszint látszódik.....	116
Fraktálkészítés többféle sokszög felhasználásával.....	117
A sokszög sarkaiban kifelé rajzolva újabb sokszögek.....	117
Vezérlő paranccsal készülő fraktálok .....	118
Jégvirág .....	118
Peano görbe .....	119
Szintenként másként viselkedő fraktálok.....	121
Hatszög, egymást hívó rekurzív parancsokkal.....	121
Csipke .....	122
Számításokkal vezérelt rajzolás.....	124
Elfordulás szögének kiszámítása.....	124
Óra .....	124
Számrendszerek közötti átváltás .....	125
Bináris szám kirajzolása.....	125
Szöveggel vezérelt rajzolás .....	127
Vezérlés karaktersorozattal.....	127
Meander, fordulások vezérlése.....	127
Morze, a rajzolás alakjának vezérlése .....	129
Irodalomjegyzék.....	131

# Bevezető

A Logo Országos Számítástechnikai Tanulmányi Verseny elindítását az országban az Informatika-Számítástechnika Tanárok Egyesülete által kezdeményezett és lebonyolított Comenius Logo akció tette lehetővé. Emiatt a Logo tanítása rohamosan terjedt, s felmerült az igény, hogy a Nemes Tihamér OKSzTV-től függetlenül, önálló Logo verseny induljon.

Az 1997/98-as tanévben kísérletképpen indult újtára a verseny. Személyes értesítéseken keresztül is 67 iskola 574 tanulója jelentkezett, s közülük 68-an kerültek az országos döntőbe. A következő tanévben a versenyt már hivatalosan is meghirdették, ennek hatására a létszám kb. 50 százalékkal nőtt (101 iskola, 893 versenyző). A verseny közben merült fel, hogy nagyon sok 3-5. osztályos tanuló is részt vett az első fordulóban, s ott igen jó eredményt értek el, de a többségük – koránál fogva – nem volt versenyképes a 8. osztályosokkal. Ezért verseny közben az Országos Versenybizottság úgy döntött, hogy a döntőt két korcsoportra bontja.

Az 1999/2000-es tanévben emiatt már eleve két kategóriában rendezték a versenyt. A versenyzői létszám további növekedése miatt az Országos Versenybizottság a 2001/2002-es tanévben a versenyt három, a 2002/2003-as tanévben pedig négy kategóriában és három fordulóban hirdette meg. A 2017/2018-as tanévtől kezdődően a Logo nyelv mellett a Scratch és a Python programozási nyelvek is használhatók minden korosztályban és fordulóban. A programozási nyelvek kisebb eltérései miatt a Versenybizottság egyes feladatokat nyelvenként apróbb módosításokkal tűz ki.

Ez a tananyag a Scratch programozási nyelven történő felkészülést támogatja. Felépítését a versenyen gyakran előforduló témakörök határozzák meg. Alapjául a Logo versenyfeladatok<sup>1</sup> című mű szolgál, amelyben az Olvasó még több témakört és feladatmegoldást talál – Logo nyelven.

Felépítése miatt a tananyagot a Scratch nyelvet már ismerőknek szóló tehetséggondozó szakköri anyagnak javasoljuk, és a tartalma alapján a tehetséggondozó szakkört tartó tanároknak szól.

A tárgyalt témakörök:

- Sokszögek, csillagok
- Körök, körívek rajzolása
- Térkitöltés forgatással
- Sorminták
- Mozaik – sorminták egymás fölé
- Ásványok, molekulák, kristályok
- Rekurzíó
- Mozaik rekurzívan
- Variációk fa rajzolásra
- Fraktálok
- Számításokkal vezérelt rajzolás
- Szöveggel vezérelt rajzolás

---

<sup>1</sup> Abonyi-Tóth Andor, Heizlerné Bakonyi Viktória, Zsakó László: Logo versenyfeladatok, TÁMOP- 4.1.2.B.2-13/1-2013-0007 „Országos koordinációval a pedagógusképzés megújításáért”

# A Scratch

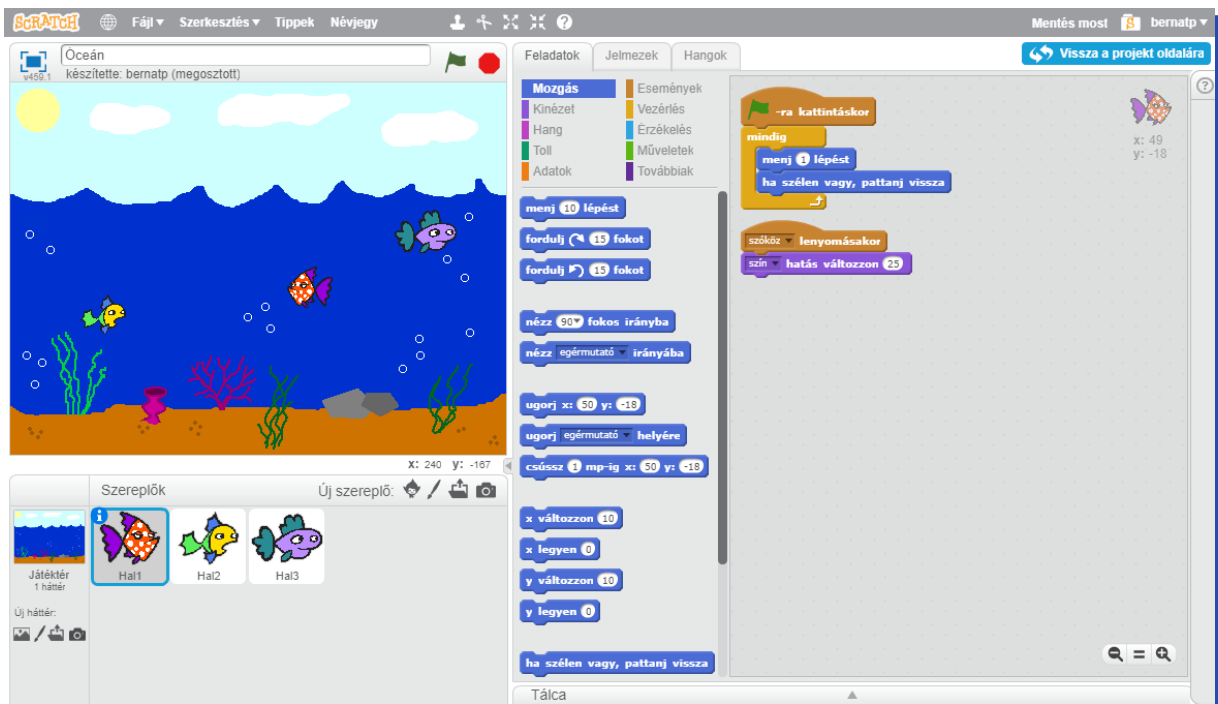
A Scratch egy ingyenesen használható vizuális programozási nyelv (azaz a programkód gépelés helyett grafikus elemek összeillesztésével állítható elő), amelyet elsősorban a programozással ismerkedő gyerekek számára fejlesztettek. Segítségével többek között interaktív animációkat és játékokat készíthetnek, amelyeket meg is oszthatnak egymással a Scratch honlapján. A Scratch több mint hetven nyelven, többek között magyarul is elérhető. A 2-es verziótól kezdve (2013) nem szükséges telepíteni, a honlapba integrálva használható.

A Scratch honlapja: <http://scratch.mit.edu>.

## A felhasználói felület

Új programot – amelyet a Scratch-ben projektnek hívnak – az Alkoss menüpontra kattintva lehet létrehozni. A Scratch kipróbálható regisztráció nélkül is, azonban a projektek elmentéséhez már saját fiók szükséges.

Tekintsük át röviden a megjelenő felhasználói felületet és a projektek legfontosabb alkotóelemeit egy már elkezdett projekt esetén.



A felület bal oldalán látható a projekt mindenkori eredménye, alatta pedig a felhasznált szereplők és a játéktér ikonja. A szereplők saját tulajdonságokkal, változókkal és eseménykezelő feladatokkal rendelkező objektumok, amelyek a játéktéren belül léteznek.

A középső oszlopban a Feladatok fülre kattintva hozhatók létre az aktuálisan kiválasztott szereplő eseménykezelő feladatai, a Jelmezek fülön szerkeszthetők a lehetséges kinézetei, a Hangok fül mögött pedig az általa megszólaltatható hanghatások. Számos beépített szereplő közül választhatunk, de teljesen újak is készíthetők.



## A programozási nyelv

A Scratch programozási nyelve objektumalapú – az objektumok a szereplők és a játéktér – és eseményvezérelt. Esemény lehet többek között a projekt indítására szolgáló zöld zászlóra kattintás, valamely billentyű lenyomása vagy kattintás egy adott szereplőn.

A kiadható parancsok legtöbbje a szereplők tulajdonságainak módosítására vagy lekérdezésére használható. Egy szereplő legfontosabb tulajdonsága a két koordinátája, az iránya, az aktuálisan viselt jelmez sorszáma, a mérete, a láthatósága (látható-e vagy nem), valamint annak a tollának a helyzete (fent vagy lent), a színe és a vastagsága, amellyel mozgás közben rajzolni képes a játéktérre.

Rendelkezésre állnak hagyományos vezérlési szerkezetek (ciklusváltozó nélküli számlálós ciklus, elöltesztelő feltételes ciklus, elágazás), és ezenkívül a szereplők együttműködését megvalósító üzenetküldés.

Létrehozhatók minden szereplő, illetve csak egy adott szereplő számára elérhető változók. Készíthetők továbbá listák, amelyekhez külön listakezelő parancsok tartoznak. A változók és a listák is szöveget és valós számot egyaránt tartalmazhatnak.

A szereplők számára új parancsok is készíthetők, amelyek paraméterezhetők is lehetnek (paraméterekként szövegek, számok és logikai értékek adhatók meg), és amelyek rekurzívan is meghívhatók, azonban lokális változóik és visszatérési értékük nem lehet

# Teknőcgrafika és szövegkezelés a Scratch-ben

## Teknőcgrafika

A Scratch alapértelmezett szereplőjének, és sok más szereplőnek is oldalnézetű jelmeze van, a teknőcgrafikához azonban érdemes felülnézetű jelmezzel rendelkező szereplőt választani, például a beépített Katicát.

A rajzlapként használható játéktér  $480 \times 360$  méretű, amelynek a szélei nem érnek össze.

## Kezdőállapot

Célszerű egy olyan **kezdőállapot** `x` `y` parancsot létrehozni, amellyel egyrészt a szereplő a játéktér egy tetszőleges pontjára helyezhető, másrészt pedig amely a szereplőnek a rajzolás szempontjából lényeges tulajdonságait az alapértelmezett értékekre állítja be.



Mivel a játéktér szélei nem érnek össze, a nagyméretű ábrák megrajzolása előtt szükséges lehet a szereplőt az origó helyett például a játéktér valamely sarkához közel helyezni ezzel a paranccsal.

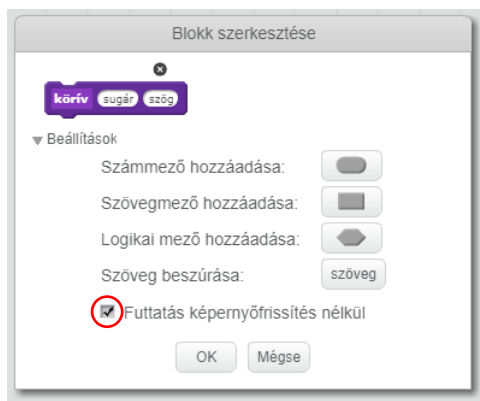
## Mozgatás

A szereplőt az aktuális irányába a paraméterként megadott távolsággal előre mozdítani a **menj** paranccsal lehet, a megadott szögben elforgatni pedig a **fordulj** paranccsal. A hátrafelé mozgatás a **menj** parancs negatív paraméterezésével lehetséges.

Különleges esetekben hozzá kell férnünk a szereplő aktuális helyét és irányát meghatározó számokhoz az **x hely**, az **y hely** és az **irány** nyelvi elemek felhasználásával. Szintén speciális feladatok esetén szükség lehet a szereplő helyének és irányának abszolút beállítására az **ugorj**, illetve a **nézz** parancsokkal.



Érdeemes tudni, hogy a szereplők a nagyszámú mozgatóutasításokat alapértelmezetten viszonylag lassan hajtják végre (ezzel könnyítve a kezdő programozók számára az animációkészítést). Tipikusan a körívek rajzolása tart sokáig, amely felváltva nagyon sok előre lépést és elfordulást igényel. Az ilyen helyzetekben beállíthatjuk, hogy az általunk létrehozott megfelelő (például körívrajzoló) parancs képernyőfrissítés nélkül fusson le, ezáltal nagymértékben felgyorsítva annak végrehajtását.



### Tollhasználat

A szereplő a tollát, amellyel mozgás közben rajzolni képes, képes letenni és felvenni a **tollat tedd le** és a **tollat emeld fel** parancssal – az előbbi esetben használja, az utóbbi esetben nem használja a tollat.

A toll színét kétféleképpen lehet beállítani. A **tollszín legyen [színminta]** parancssal egy színátvivővel kiválasztott színre lehet beállítani a tollszínt. Hátránya, hogy színkóddal vagy színnévvel nem paraméterezhető. A **tollszín legyen [szám]** és a **tollárnyalat legyen [szám]** parancssal a szín színezetét és árnyalatát lehet beállítani. A színezet 0-tól 200-ig terjedő érték lehet (például a 0 és a 200 a piros, a 100 a kék), az árnyalat pedig 0-tól 100-ig (a 0 a színezet feketéhez közeli árnyalata, a 100 a fehérhez). Ez a két parancs számokkal paraméterezhető, azonban sajnos a **tollárnyalat** parancs sajátossága miatt a feketét és a fehéret nem lehet velük előállítani.



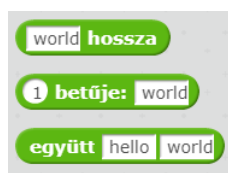
A tollszín (színnevekkel történő) paraméteres beállítására megoldást jelenthet egy új **tollszín legyen** **szín** parancs létrehozása, amely a konkrét feladatban szükséges színek neveit felismerve állítja be a tollszínt.



A toll színén kívül beállítható a toll mérete (vastagsága) is (**tollméret legyen**), készíthető lenyomat a szereplőről (**készíts lenyomatot**), és törölhető a játéktérre került összes tollrajz és lenyomat (**töröld a rajzokat**).

## Szövegkezelés

A Scratch-ben meghatározható egy szöveg hossza és egy adott sorszámú karaktere. Ezen kívül két szöveg összefűzésére van még lehetőség.



Gyakran szükséges egy szöveget karakterenként feldolgozni. Például egyes teknőcgrafikai feladatokban egy szöveges paraméter karaktereinek értelmezésével kell mozgatni a szereplőt. Ezekben az

esetekben készíthető egy olyan új parancs, amely sorra veszi a szöveges paraméter karaktereit. Mivel csak ciklusváltozó nélküli számlálós ciklus áll a rendelkezésünkre, a ciklusváltozót magunknak kell létrehozni, inicializálni és a ciklusmagban növelni.



## A Scratch és a Logo teknőcgrafikai és szövegkezelési lehetőségeinek összehasonlítása

### Teknőcgrafika

A Scratch előzőekben említett mozgatóutasításainak Logo nyelvi megfelelői a következők:

menj 10 lépést	előre 10
fordulj 15 fokot	jobbra 10
fordulj 15 fokot	balra 10
x hely	xhely
y hely	yhely
irány	irány
ugorj x: 0 y: 0	xyhely!
nézz 90 fokos irányba	irány!

A Scratch korábban említett tollhasználó parancsainak az alábbi Logo utasítások felelnek meg:

tollat tedd le	tollatle
tollat emeld fel	tollatfel
tollszín legyen	tollszín! [149 36 245]
tollszín legyen 0	tollszín! 0
tollárnyalat legyen 50	
tollméret legyen 1	tollvastagság! 1
készíts lenyomatot	lenyomat
töröld a rajzokat	törölképernyő

A Logo legfontosabb teknőcgrafikai lehetőségei közül kettő hiányzik a Scratch-ből: egyrészt nincsen zárt területet adott színnel kitöltő parancs, másrészt pedig nem lehet jól érzékeltetni egy a tollal korábban rajzolt vonallal való érintkezést. Az utóbbinak elsősorban az az oka, hogy a Scratch a nem vízszintesen vagy függőlegesen húzott vonalakon elmosást végez, amelyeken ezért számos színárnyalat megjelenik, márpedig csak egy pontosan meghatározott színárnyalattal történő ütközést lehet vizsgálni.

### Szövegkezelés

A szöveghez a Scratch és a Logo másképpen viszonyul. A Scratch a szöveget csak karakterek láncának tekinti, és biztosítja az adott sorszámú karaktert kiválasztó nyelvi elemet. A Logo a szöveget bekezdések, a bekezdést mondatok, a mondatot szavak, a szót pedig karakterek sorozatának tekinti, és a szöveget ezeken a szinteken (tehát nemcsak a karakterek szintjén) lehet feldolgozni. Nem lehet azonban közvetlenül az adott sorszámú bekezdést, mondatot, szót vagy karaktert kiválasztani: helyette az első vagy az utolsó elemet lekérdező illetve eltávolító függvényeket biztosítja a programozó számára, amelyeket egy rekurzív eljárásban megfelelően felhasználva járható be a szöveg.

További lényeges különbség, hogy a Scratch-ben nem készíthetők saját függvények, ezért többek között nem készíthetők olyan függvények sem, amelyek valamilyen szövegmanipulációt hajtanának végre.

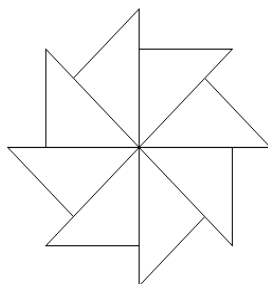
# Sokszögek, csillagok

Ebben a leckében sokszög- és csillagalakzatok rajzolásával oldunk meg feladatokat. Kezdjük a sokszögekkel, azon belül is a háromszögek rajzolásával.

## Derékszögű háromszögekből álló alakzatok

### Alapfeladat

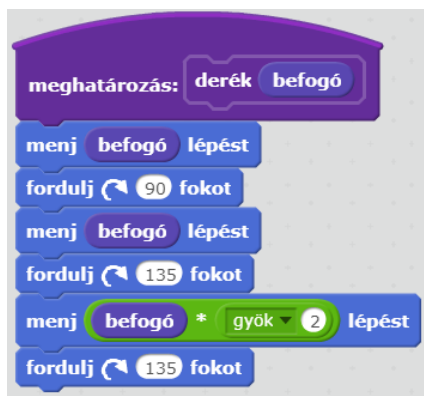
Készíts derékszögű, egyenlőszárú háromszöget rajzoló **derék** parancsot, majd olyan **deréka** parancsot, amely derékszögű háromszögekből a következő ábrát tudja kirakni:



Paraméterrel lehessen megadni a rajzolt háromszög befogójának hosszát!

Megjegyzés: A **derék** háromszög hosszabbik oldalát így számolhatod: **befogó \* gyök 2**.

A derékszögű háromszög rajzolásakor először megrajzoljuk a két befogót, majd az átfogót.

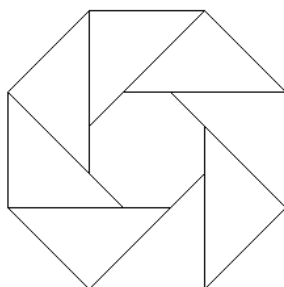


Az ábrát úgy kapjuk, hogy 45 fokenként elfordulunk, és kirajzoljuk a derékszögű háromszöget.



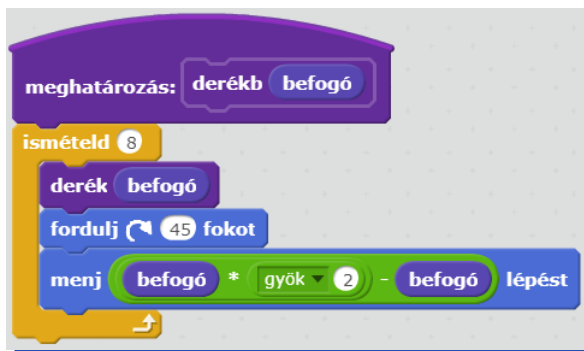
### Feladatvariáció

A fenti **deréka** parancs felhasználásával oldjuk meg az alábbi feladatvariációt:



derékb

Ezen ábrát úgy kapjuk, hogy nem csak 45 fokként fordulunk, hanem előre is lépünk az átfogó és a befogó különbségének megfelelő távolságot.

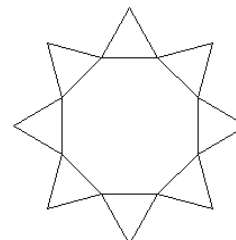
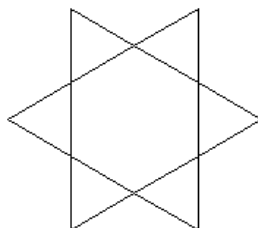
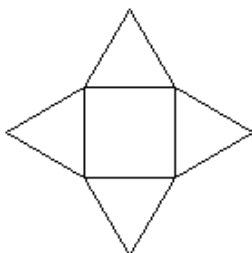


### Szabályos háromszöget tartalmazó alakzatok

A következőkben áttekintjük, hogy a szabályos sokszögek és szabályos háromszögek kombinálásával milyen alakzatok, csillagformák állíthatók elő.

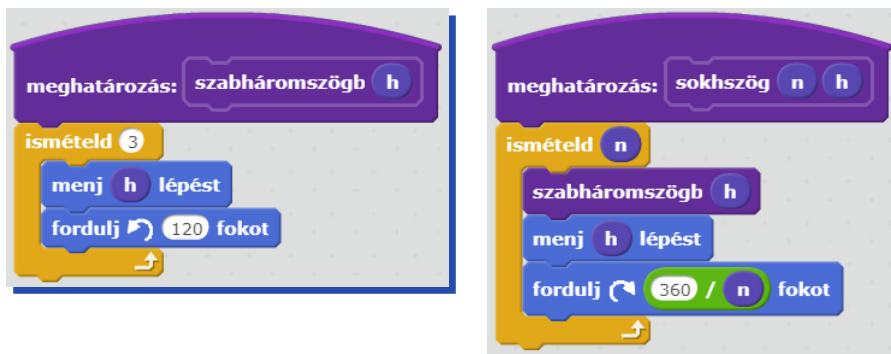
#### Háromszögek illesztése szabályos sokszögek oldalára

Az alábbi 3 ábrát egyetlen parancs rajzolta, különböző paraméterekkel. Készíts parancsot, amely ugyanezt tudja!





Láthatjuk, hogy ezekben az esetekben szabályos sokszögeket rajzolunk, ahol a sokszög oldalain szabályos háromszögeket helyezünk el. A szabályos háromszögek oldalhossza azonos, belső szögeik pedig 60 fokosak. Ebben az esetben balra fordulunk, vagyis a háromszög a szereplő pozíciójához képes balra fog esni. Erre utal a parancs nevében a **b** betű.



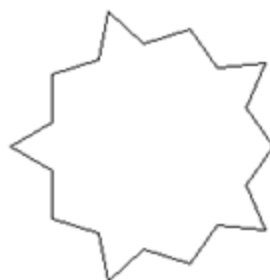
### Háromszögek illesztése szabályos sokszögek oldalára, a körvonal megrajzolásával

Szabályos háromszögeket tartalmazó ábrákat úgy is rajzolhatunk, ha az ábra körvonalát rajzoljuk meg. Erre mutat példát a következő feladat.

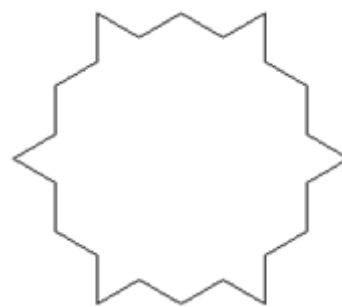
Karácsonyi csillagokat rajzolhatunk úgy, hogy szabályos sokszögek oldalaira V-mintát helyezünk. Készítsd el a csillag `hossz n` parancsot ilyen csillagok megrajzolására!



csillag `60 4`



csillag `60 5`



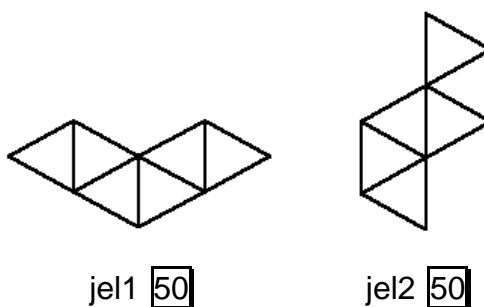
csillag `60 6`

A feladatot érdemes ciklussal megvalósítani, ahol egy lépésben oldalt rajzolunk meg és gondoskodunk a megfelelő elfordulásról is.



### Szabályos háromszögekből álló jelvények rajzolása

A nyári táborban gyerekek háromszögre alapozott jelvényeket terveznek. Készítsük el az alábbi jelvényeket rajzoló parancsokat (jel1, jel2)! A parancsoknak lehessen megadni az oldalhosszt paraméterként!



Az alapparancsot úgy készítjük, hogy rajzolunk balra fordulva és jobbra fordulva is egy szabályos háromszöget a megadott oldalhosszal.



Az első jelvényt három darab alapjelből állítjuk össze, majd gondoskodunk arról, hogy az eredeti helyzetbe kerüljön a szereplő.



A második jelvény szintén három darab alapjelből áll össze, de a szereplő az előzőhöz képest más szögekkel fordul el a rajzolás során. Itt is gondoskodunk továbbá arról, hogy a végén az eredeti helyzetbe kerüljön.



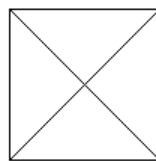
## Négyszögek rajzolása

### Négyzetből alkotott alakzatok készítése

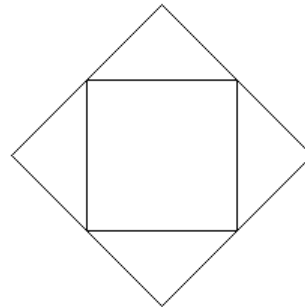
Készíts parancsokat (négyzet1 **oldal**, négyzet2 **oldal**, négyzet3 **oldal**) az alábbi négyzetek rajzolására, ahol **oldal** a négyzet oldalhossza! A négyzet átlójának hossza az oldalhossz négyzetgyök 2-szöröse!



négyzet1 **50**



négyzet2 **50**



négyzet3 **50**

```

meghatározás: négyzet1 h
ismételd 4
  menj h lépést
  fordulj 90 fokot
  
```

```

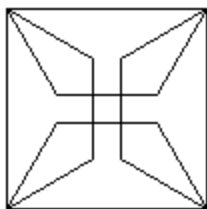
meghatározás: négyzet3 h
ismételd 4
  fordulj 45 fokot
  menj h / 2 * gyök 2 lépést
  fordulj 90 fokot
  menj h / 2 * gyök 2 lépést
  fordulj 45 fokot
  menj -1 * h lépést
  menj h lépést
  fordulj 90 fokot
  
```

```

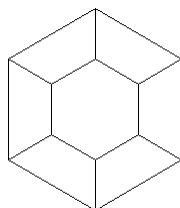
meghatározás: négyzet2 h
ismételd 4
  menj h lépést
  fordulj 135 fokot
  menj h / 2 * gyök 2 lépést
  menj -1 * h / 2 * gyök 2 lépést
  fordulj 45 fokot
  
```

## Trapézból alkotott alakzatok rajzolása

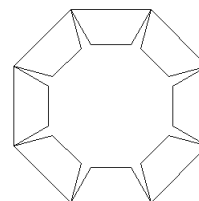
Az alábbi 3 ábrát egyetlen parancs rajzolta, különböző paraméterekkel. Készíts egy **trapézok** nevű parancsot, amely ugyanezt tudja!



trapézok **4** **100**



trapézok **6** **50**



trapézok **8** **50**



## Csillagok rajzolása

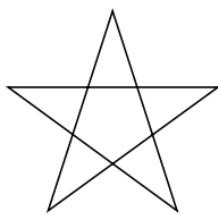
### Szabályos csillagsokszögek

Mielőtt belevágnánk a témakörbe, tekintsük át a kapcsolódó alapfogalmakat! Csillagsokszögnek azon síkbeli zárt töröttvonal-alakzatot nevezzük, ami metszi saját magát. A csillagsokszögeken belül is megkülönböztetjük a szabályos csillagsokszöveget, ahol a csúcsokban mért szögek megegyeznek.

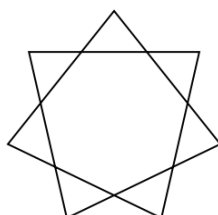
Csillagsokszöget kapunk, ha egy szabályos sokszög csúcsait összekötjük a nem szomszédos csúcsokkal, akár úgy, hogy bizonyos szabály szerint nem az összes nem-szomszédjával kötjük össze. A csillagsokszögek jelölésére a következő szimbólumot használjuk:  $\{n/k\}$ , ahol  $n$  jelöli, hogy hány csúcsa van a szabályos sokszögnek,  $k$  pedig azt jelöli, hogy hányadik szomszédjával van összekötve egy csúcs<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> [https://www.cs.elte.hu/blobs/diplomamunkak/bsc\\_mattan/2012/kovacs\\_maria.pdf](https://www.cs.elte.hu/blobs/diplomamunkak/bsc_mattan/2012/kovacs_maria.pdf)

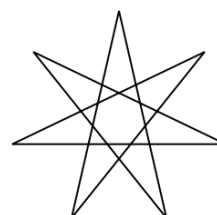
Nézzünk néhány szabályos csillagsokszöget, a fenti jelölés alkalmazásával<sup>3</sup>.



{5/2}



{7/2}



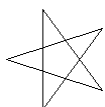
{7/3}

Szabályos csillagsokszög-alakzatokat úgy rajzolhatunk egy szereplővel, hogy előre lépünk, jobbra fordulunk megadott szöggel, és ezt annyszor ismétljük, ahány csúcsa van a csillagnak. De mekkora szöggel kell elfordulnunk?

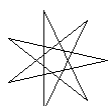
A Teljes Teknőc Tétel kimondja, hogy a zárt síkbeli alakzatok rajzolásakor, amennyiben a teknőc (szereplő) visszatér kiindulási állapotába, akkor a fordulatok összege  $360^\circ$  vagy annak többszöröse. Ha ezt a szöveget elosztjuk a csúcsok számával, akkor megkapjuk, hogy mennyit kell elfordulnia a szereplőnek a csillag rajzolásakor. Persze ki kell kísérleteznünk, hogy az adott ábra rajzolásakor a  $360$  fok melyik többszörösét kell leosztanunk a csúcsok számával.

Nézzünk a következő alapfeladatot!

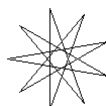
Készíts parancsokat (F1A, F2A, F3A, F4A), amelyek az alábbi ábrákat rajzolják!



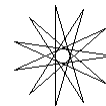
F1A



F2A

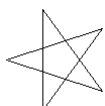


F3A



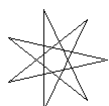
F4A

Mielőtt nekilátnánk a feladat megoldásának, nézzük meg, hogy a fenti ábrák az  $\{n/k\}$  szimbólum segítségével hogyan írhatók le ( $n$ : csúcsok száma,  $k$ : hányadik szomszédjával van összekötve egy csúcs).



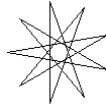
F1A

{5/2}



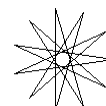
F2A

{7/3}



F3A

{9/4}



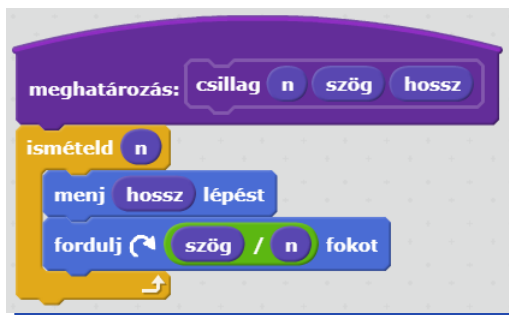
F4A

{11/5}

---

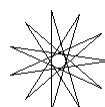
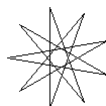
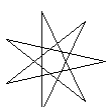
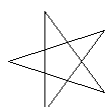
<sup>3</sup> <http://hu.wikipedia.org/wiki/Csillagsoksz%C3%B6g>

Ezek után rátérhetünk a megoldásra. A szabályos csillagsokszögek megrajolásakor tehát annyiszor kell ismételni az előrelépést és a jobbra fordulást, amennyi csúcsa (n) van a csillagnak. Az elfordulás szögét úgy kapjuk, hogy a paraméterként megadott szöveget, ami a 360 többszöröse lehet, elosztjuk a csúcsok számával. Vagyis a parancs a következő lehet:



Próbáljuk kikísérletezni, hogy milyen paraméterek megadásával tudjuk megrajolni a kívánt ábrákat! A csúcsok számát nyilván ismerjük, a hossz tetszőleges, ezért a megadott szöggel kell kísérleteznünk, vagyis meg kell találnunk, hogy a 360 fok mely többszörösével kapjuk meg az ábrát.

Azt kapjuk, hogy az ábrák rajzolásához az alábbi paramétereket kell megadni:



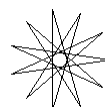
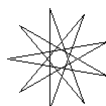
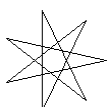
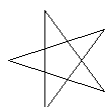
csillag **5** **360\*2** **100**

csillag **7** **360\*3** **100**

csillag **9** **360\*4** **100**

csillag **11** **360\*5** **100**

Ha a fenti sort kiegészítjük azzal, hogy az {n/k} jelöléssel hogyan írható le az alakzat, fontos felismerést tehetünk.



csillag **5** **360\*2** **100**

csillag **7** **360\*3** **100**

csillag **9** **360\*4** **100**

csillag **11** **360\*5** **100**

{5/2}

{7/3}

{9/4}

{11/5}

Szépen látszik, hogy annyiszor kell megszorozni a 360 fokot a paraméterátadásnál, ahányadik szomszédal vannak a csúcsok összekötve.

Ez a szabály természetesen matematikailag is belátható. Matematikusok bebizonyították, hogy a szabályos csillagsokszögek csúcsokban mért belső szöge kiszámítható az alábbi képlettel:

$$180(n-2k)/n$$

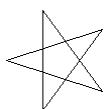
Mivel ez a belső szög, a szereplőnek nem ennyit kell elfordulnia rajzoláskor, hanem a 180 fokból ki kell vonni ezt a szöveget, vagyis az elfordulás mértéke:  $180-180(n-2k)/n$ .

Ha azt akarjuk megtudni, hogy összesen hány fokot fordult a szereplő, akkor a fenti képletet meg kell szoroznunk a csúcsok számával:  $(180-180(n-2k)/n)*n=180n-180(n-2k)=360k$

Ez alapján tovább egyszerűsíthetjük a szabályos csillagsokszög parancsunkat. Paraméterül ne a szö-  
get, hanem az  $n$  és  $k$  értéket, valamint a **hossz**-t adjuk meg!

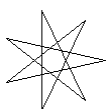


Ezzel a parancssal tehát az alábbi módokon rajzolhatjuk meg az alakzatokat.



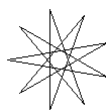
szabcsillag  $5\ 2\ 100$

$\{5/2\}$



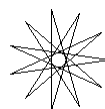
szabcsillag  $7\ 3\ 100$

$\{7/3\}$



szabcsillag  $9\ 4\ 100$

$\{9/4\}$



szabcsillag  $11\ 5\ 100$

$\{11/5\}$

Nézzük meg azt az esetet is, amikor a szabályos csillagsokszög körvonalát kell megrajzolnunk!

Készíts parancsokat (F1B, F2B, F3B, F4B), amelyek az alábbi ábrákat rajzolják!



F1B



F2B



F3B



F4B

Nyilvánvaló, hogy most a szereplővel nem elég csak egy irányba fordulni, hanem váltogatni kell az elfordulás szögét, vagyis az oldal megrajzolása után balra kell fordulni, majd az újabb oldalrajzolás után jobbra kell fordulni. Ezt annyiszor kell ismételni, ahány csúcsa van a csillagnak. A jobbra fordulás szöge ugyanaz lesz, mint az előző feladatban ( $360*k/n$ ), de mi a helyzet a balra fordulás szögével? A balra fordulás szöge  $((360*k)-360)/n$  lesz.



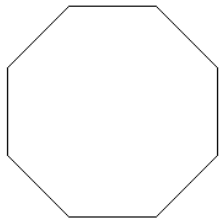


Ajánlott linkek, források:

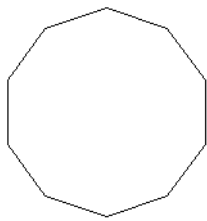
- <http://www.algebra.com/algebra/homework/Polygons/Polygons.faq.question.225075.html>
- <http://www.komal.hu/cikkek/2003-11/csillag.h.shtml>
- <http://mathworld.wolfram.com/StarPolygon.html>
- <http://hu.wikipedia.org/wiki/Csillagsoksz%C3%B6g>
- [http://en.wikipedia.org/wiki/Star\\_polygon](http://en.wikipedia.org/wiki/Star_polygon)
- <http://www.mathsisfun.com/geometry/interior-angles-polygons.html>
- <http://donsteward.blogspot.hu/2011/05/star-polygons.html>

# Körök, körívek rajzolása

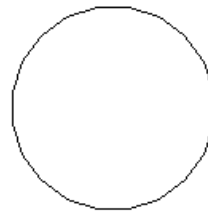
A következőkben különböző körrajzoló módszereket mutatunk meg, amelyeket különböző jellegű körrajzoló feladatok megoldása során felhasználhatunk. A kör rajzolása során azt használjuk ki, hogy minél több oldala van egy szabályos sokszögnek, annál inkább egy körhöz hasonlít.



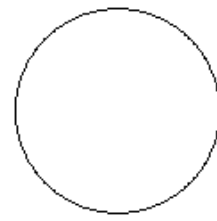
Szabályos nyolcszög



Szabályos tízszög

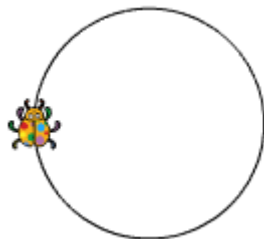


Szabályos húszszög

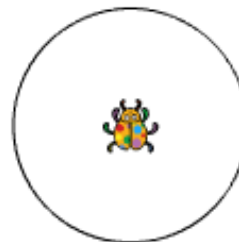


Szabályos 360 oldalú sokszög képe

A Teljes Teknőc Tétel kimondja, hogy a zárt síkbeli alakzatok rajzolásakor, amennyiben a teknőc (szereplő) visszatér kiindulási állapotába, akkor a fordulatok összege  $360^\circ$  vagy annak többszöröse. Ha a szereplővel 360-szor ismételtjük az egy egységgel történő előrelépést, és az  $1^\circ$ -kal történő elfordulást, akkor visszatérünk a kiindulási helyzetbe, és eredményül egy kört kapunk. Ezen elvre épülve két körrajzoló parancsot is bemutatunk, amelyek abban különböznek, hogy a szereplő kiindulási pozíciója a körvonalon helyezkedik-e el, vagy a kör középpontjában.



Kör rajzolása, ha a szereplő pozíciója a körvonalon van



Kör rajzolása, ha a szereplő pozíciója a kör középpontjában van

## Körvonal rajzolása (ha a szereplő pozíciója a körvonalon van)

### Alapfeladat

Készíts olyan körrajzoló parancsot, amely úgy rajzol kört, hogy a szereplő pozíciója a körvonalon helyezkedik el. Paraméterként lehessen megadni a kör sugarát, a körvonal vastagságát, színét!

Parancsunkat több lépésben **kör körvonal** néven készítjük, jelezve, hogy a szereplő ebben az esetben a körvonalon helyezkedik el.



Az ezen paranccsal rajzolt kör kerülete 360 egység, így a kör sugara kiszámítható a  $360/2\pi$  képlettel, vagyis a sugár ebben az esetben  $r \approx 57,29$  egység. Természetesen, ha nem 1 lépést tennénk előre, hanem tetszőleges lépést (amelyet paraméterrel adnánk meg), a kör kerülete, vagyis mérete is megváltozna. Paraméterként akár törtszámot is megadhatunk, mint ahogy az az alábbi példákban is látható.

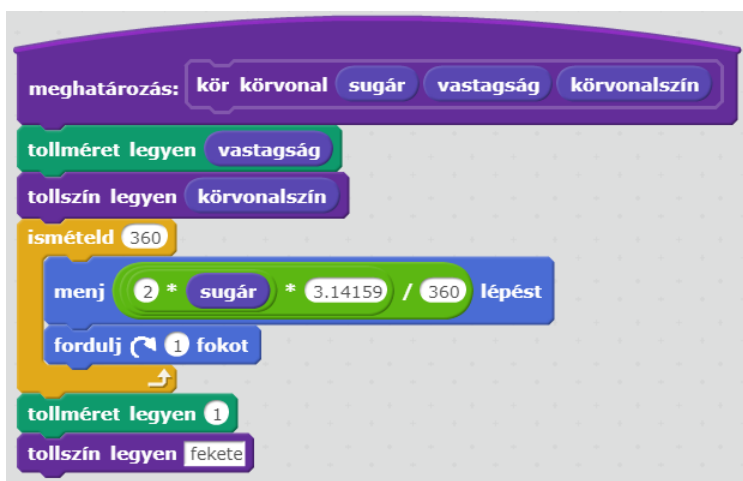
A továbbfejlesztett parancs:



A fenti parancsban megadott **hossz** érték tehát a kör kerületére van hatással. Ha inkább a sugárt szeretnénk paraméterül átadni, akkor módosítanunk kell a parancson. Ekkor a sugárból kiszámolt kerület 360-ad részével kell előre lépni egy lépésben.



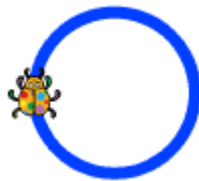
Így már adott sugarú kört fog rajzolni a parancsunk. Fejlesszük tovább úgy, hogy paraméterként a körvonal vastagságát és színét is meg lehessen adni!



Ahhoz, hogy a körvonalszínt szövegesen lehessen paraméterül megadni, érdemes egy külön **tollszín legyen** `szín` segédparancsot készíteni, amely a paraméterében megadott szövegtől függően állítja be a tollszínt.



Próbáljuk ki a kész **kör körvonal** parancsot különböző paraméterekkel:



kör körvonal `40` `6` `kék`



kör körvonal `40` `40` `kék`

Vegyük észre, hogy a fenti két körnek ugyanaz a sugara, de a körvonal vastagságában különbség van! Vagyis a megrajzolt kör sugara a paraméterként megadott sugár és a tollvastagság felének az összege lesz.

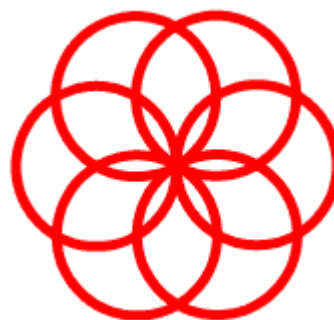
A fenti parancs segítségével oldjuk meg az alábbi feladatvariációkat:



1. variáció  
Gumimatrac



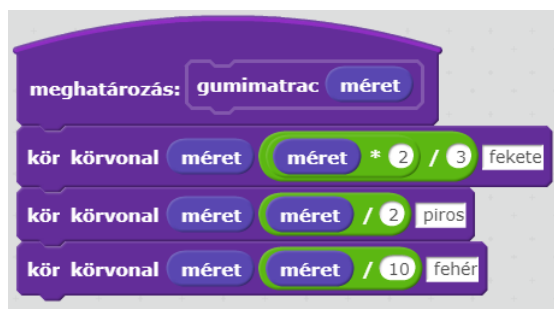
2. variáció  
Medál



3. variáció  
Virág

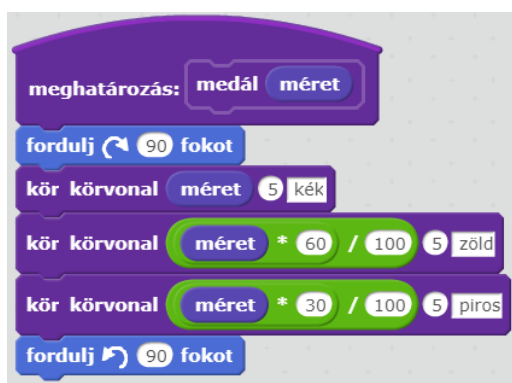
### 1. variáció: Gumimatrac

A feladatot három, azonos sugarú, de eltérő vastagságú körvonal rajzolásával megoldhatjuk. A fekete körvonal mérete a sugár kétharmada, a piros mérete a sugár fele, míg a fehér körvonal mérete a sugár egytizede legyen.



### 2. variáció: Medál

A feladatot három, azonos vastagságú, de eltérő sugarú körvonal rajzolásával oldjuk meg. A körvonalak megrajzolása előtt el kell fordulnunk a szereplővel jobbra 90 fokot.



### 3. variáció: Virág

A virág alakzat 6 darab megrajzolt körvonalból áll. A körvonal megrajzolása után  $360/6=60$  fokot kell elfordulni a kívánt eredmény eléréséhez.

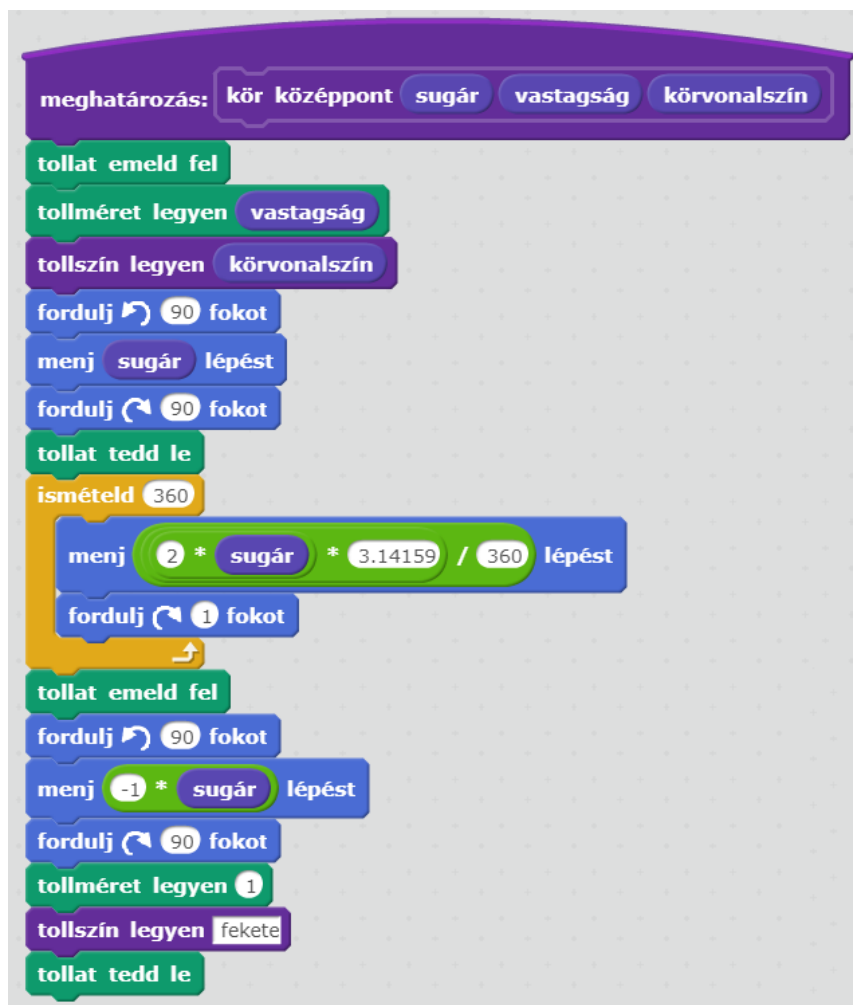


### Kör rajzolása (ha a szereplő pozíciója a kör közepén van)

A **kör körvonal** nevű parancs végrehajtása után a szereplő a körvonalon helyezkedik el. Ez nem mindig szerencsés, számos probléma megoldása során előnyösebb lehet, ha a szereplő pozíciója a kör középpontját jelenti. Ezért gondoskodunk kell arról, hogy a szereplő felemelt tollal sugárnyi távolságot lépjen előre, és a körvonal megrajzolása után kerüljön vissza az eredeti pozíciójába.

#### Alapfeladat

Készíts olyan parancsot, amely képes adott sugarú körvonal rajzolására úgy, hogy a szereplő kezdeti pozíciója a kör középpontját jelentse. Paraméterrel lehessen beállítani a körvonal színét és vastagságát!



Ahhoz, hogy a körvonalszín szövegesen lehessen paraméterül megadni, érdemes ismét egy külön **tollszín legyen** **szín** segédparancsot készíteni, amely a paraméterében megadott szövegtől függően állítja be a tollszínt.



Próbáld ki a parancsot különböző paraméterekkel:



kör középpont



kör középpont

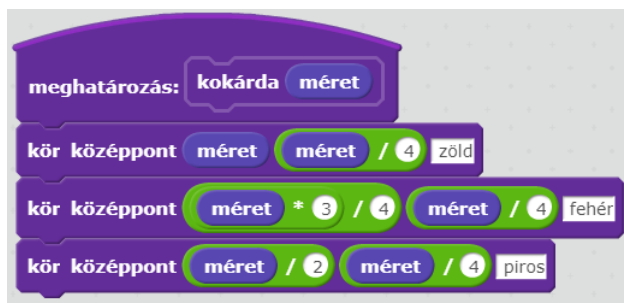
### Feladatvariáció: Kokárda

A fenti parancs segítségével oldjuk meg az alábbi feladatvariációt:



kokárda

A kokárda koncentrikus körökből áll, így a megrajzolt körök sugarát kell a feladatnak megfelelően beállítanunk. A körvonal vastagsága az átadott paraméter negyede lesz.

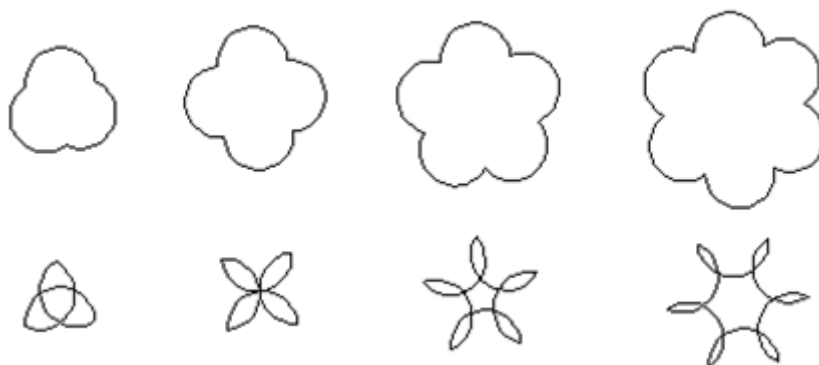


### Félkör rajzolása

Vannak olyan esetek, amikor félkörök segítségével tudjuk előállítani a kívánt eredményt. Nézzük a következő alapfeladatot:

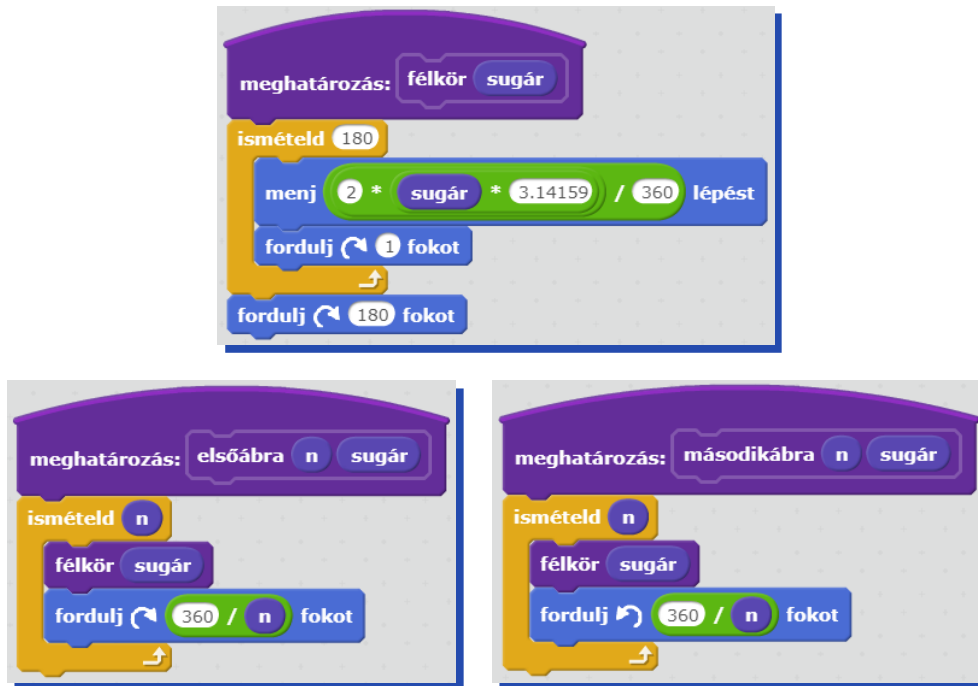
#### Feladat

Készíts parancsokat (elsőábra  $n$  sugár, illetve másodikábra  $n$  sugár), amelyek megfelelő paraméterezéssel az alábbi ábrákat képesek rajzolni:



A **félkör** parancsot ebben az esetben megírhatjuk úgy, hogy a szereplő ne térjen vissza az eredeti pozíciójába, hiszen a végponttól kell folytatnunk a rajzolást. Az első ábra megrajzolásánál a félkör megrajzolása után jobbra fordulunk  $360/n$  szöggel.





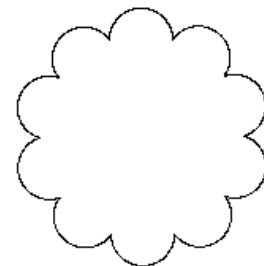
Az alábbi táblázatban láthatjuk, hogy milyen paraméterezéssel álltak elő az ábrák:



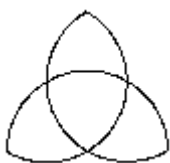
elsőábra



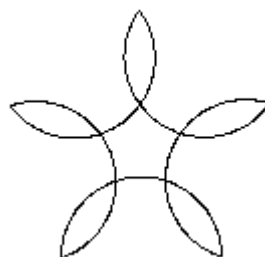
elsőábra



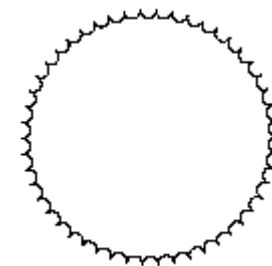
elsőábra



másodikábra



másodikábra

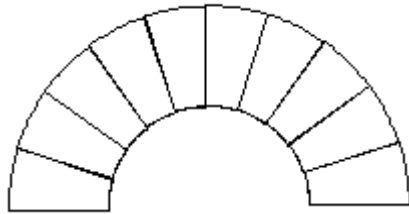


másodikábra

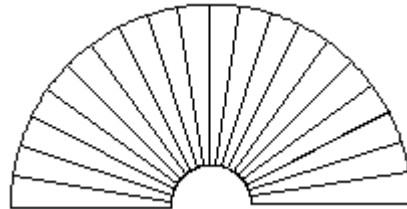
## Körívek rajzolása

### Kapu

Készíts parancsot (`kapu rk rb db`), amely egy körív alakú kaput rajzol! A külső körív `rk`, a belső pedig `rb` sugarú legyen! A kapu `db` darab részből álljon!

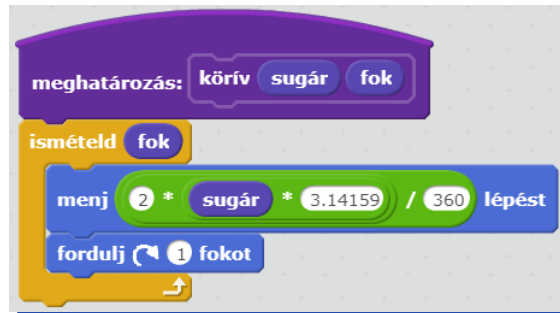


kapu `100 50 10`

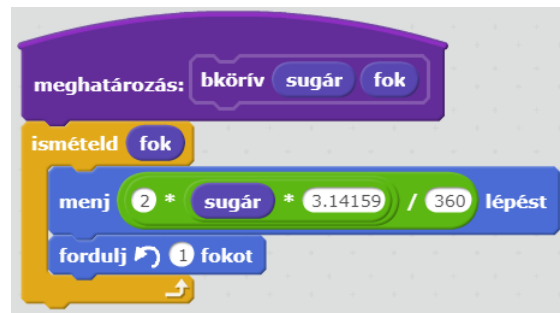


kapu `100 20 20`

A feladat megoldásához elkészíthetjük először a körívrajzoló parancsot, amelynek paraméterül a kör sugarát és a körívhez tartozó középponti szöget kell megadunk.



Szükség lesz arra a `bkörív` nevű változatra is, amely balra kanyarodik a rajzolás közben:

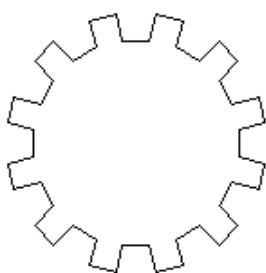


Ezután a kaput kirajzoló parancs:

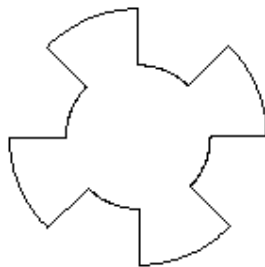


### Fogaskerekek

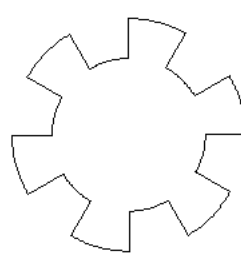
Egy gyárban kétféle típusú fogaskereket gyártanak. Az A típusnál a fogakat és a keréktárcsát egyenes szakaszok határolják, a B típusnál pedig a tárcsa és a fogak külső felülete is körív alakú. Készíts parancsokat (**Foga**, **Fogb**), melyek a kétféle típusú fogaskereket rajzolják, ha paraméterül a rajzolható fogak számát és hosszát adjuk nekik!



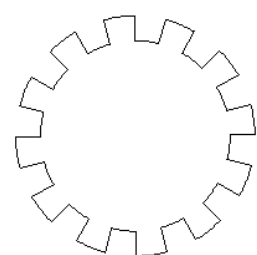
Foga



Fogb



Fogb



Fogb

```

meghatározás: foga n h
ismételd n
  menj h lépést
  fordulj 90 - 180 / n fokot
  ismételd 2
    menj h lépést
    fordulj 90 fokot
  menj h lépést
  fordulj 90 - 180 / n fokot
  
```

```

meghatározás: fogb n h
ismételd n
  körív h * n / 3.14159 / 2 180 / n
  fordulj 90 fokot
  menj h / 2 lépést
  fordulj 90 fokot
  körív h * n / 3.14159 + h / 2 180 / n
  fordulj 90 fokot
  menj h / 2 lépést
  fordulj 90 fokot
  
```

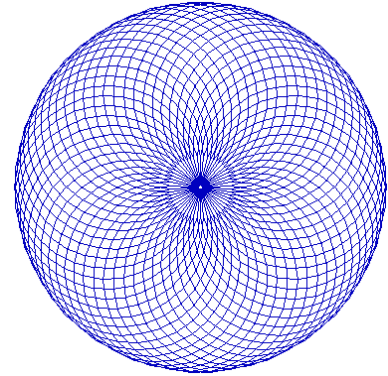
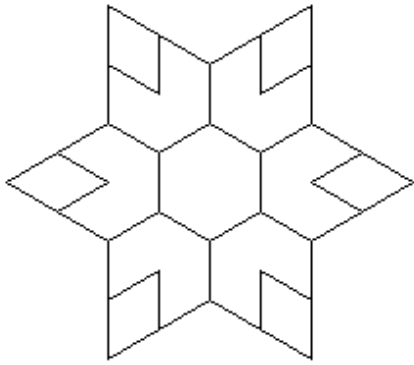
```

meghatározás: körív sugár fok
ismételd fok
  menj 2 * sugár * 3.14159 / 360 lépést
  fordulj 1 fokot
  
```

# Térkitöltés forgatással

A térkitöltést (mozaikot) klasszikus esetben sormintából kiindulva készítjük el. Egy ettől teljesen különböző eset az, amikor a területet egy körbe rajzolt ábra forgatásával fedjük le. A körök lehetnek diszjunktak, illetve átfedőek is.

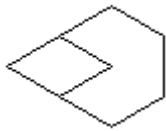
Nézzünk néhány példát:



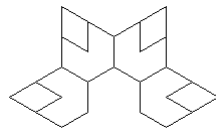
## Virágablak

Virágokból érdekes mintákat állíthatunk össze.

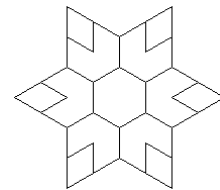
Készíts parancsot (`virágablak` ), amely  mennyiségű  méretű virágmintát rajzol a képernyőre!



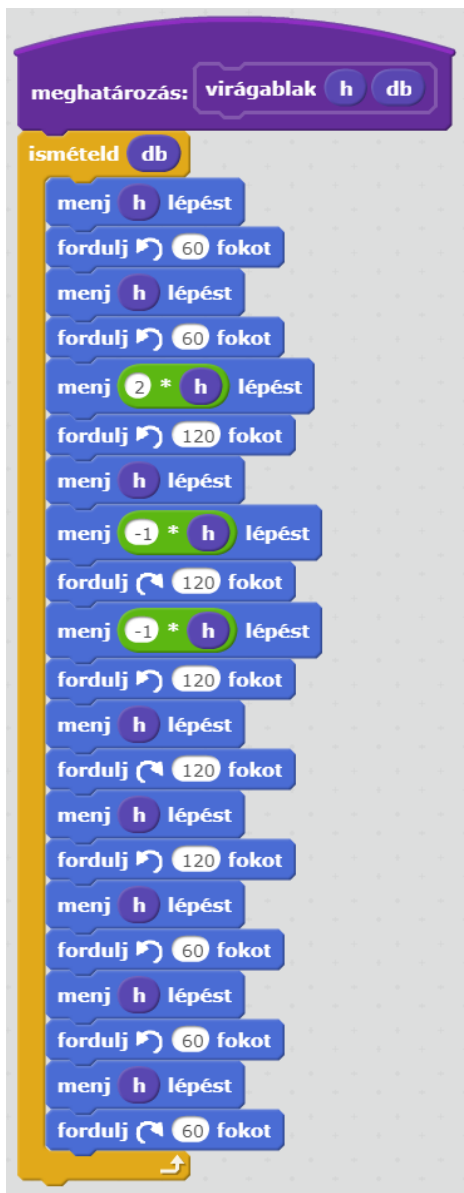
virágablak



virágablak

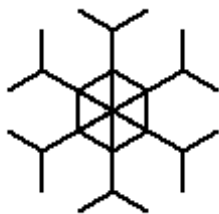


virágablak



## Jégvirág

Itt a tél! Készítsd el a jégvirág1  és a jégvirág2  parancsokat, melyek az alábbi hópelyheket rajzolják:



jégvirág1

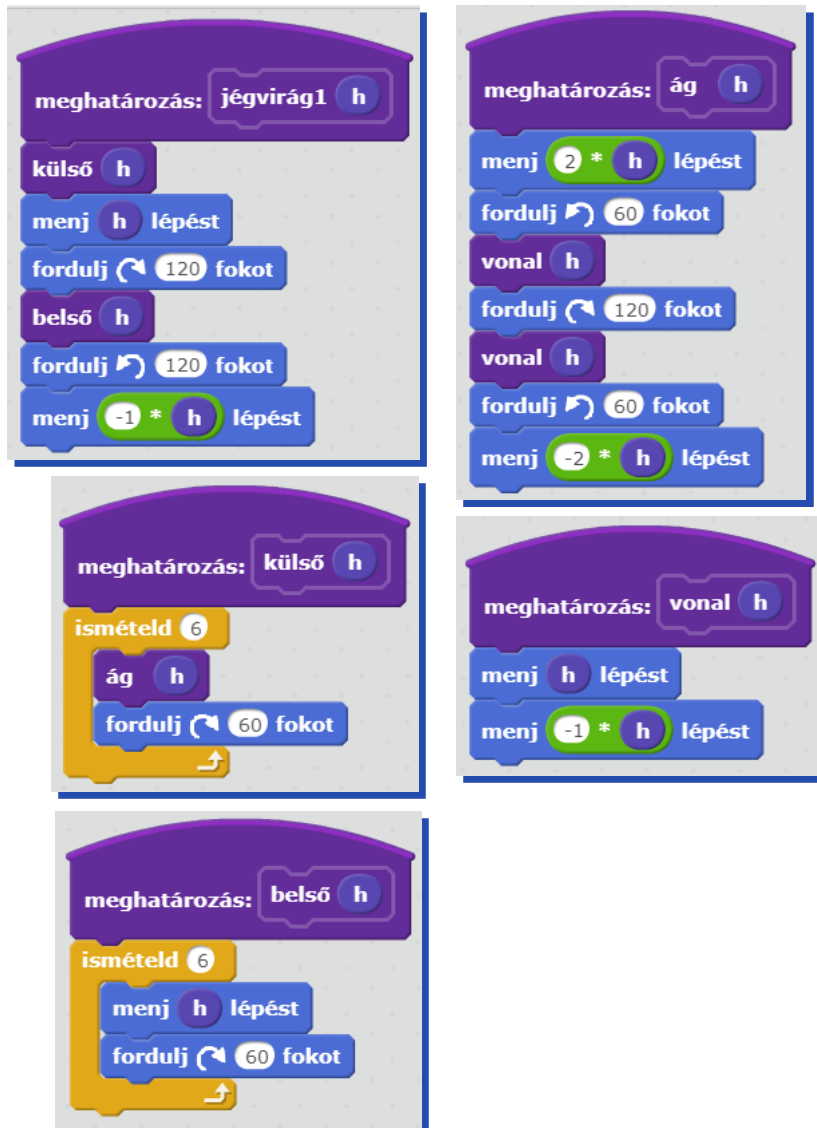


jégvirág2

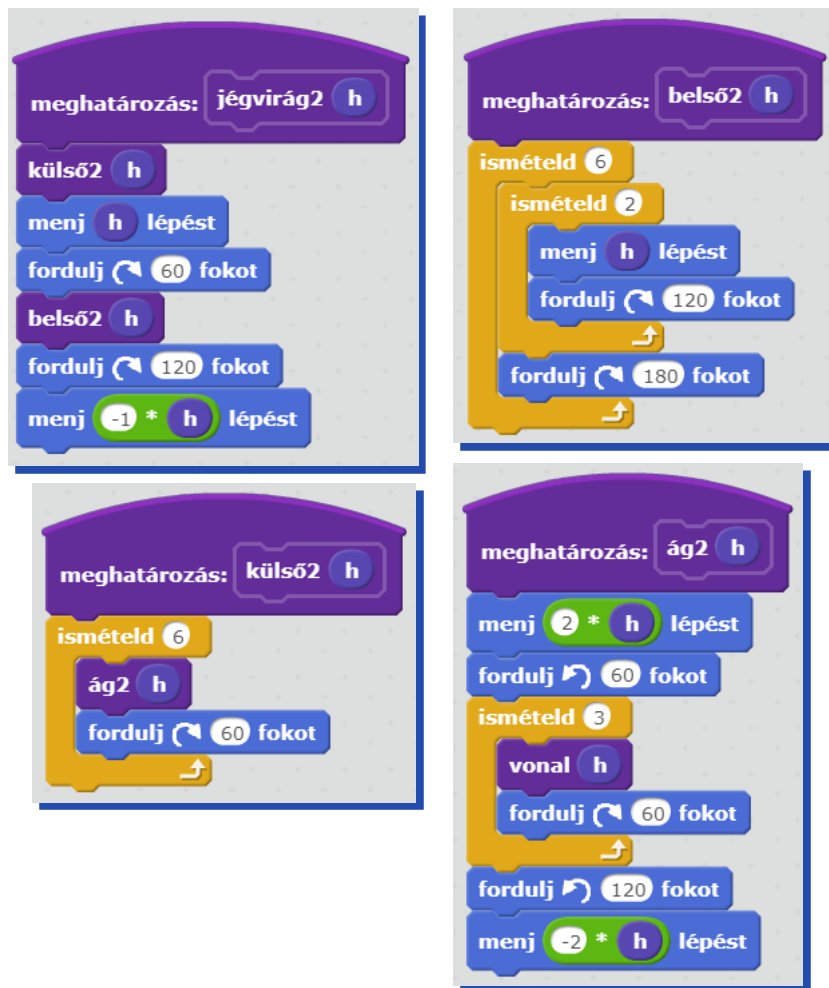
Kétféleképpen állhatunk a feladat megoldásához:

- hat körcíkket rajzolunk, a körcikk tartalmát egyetlen parancsba írjuk;
- egymásra helyezünk több forgatott ábrát.

A második megoldást választjuk. A **jégvirág1** egy hatszögből és hat elforgatott elemből áll.



Itt az előző ábra hatszögének oldalait egy-egy háromszög két oldalával helyettesítjük.

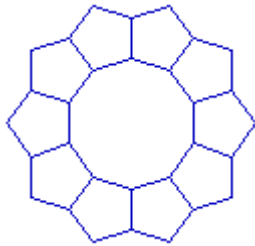




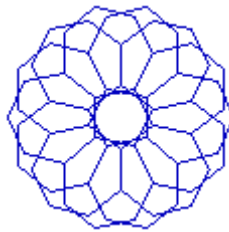
## Virág

Szabályos sokszögekből (legalább 5 oldalúból) úgy készíthetünk virágot, hogy egymás mellé helyezzünk belőlük annyit, hogy éppen körbeérjenek. Ez a legtöbb esetben nem jön ki pontosan, de ha kétszer annyi sokszöget rajzolunk, mint ahány oldalú a sokszög, akkor biztosan elkészül az ábra.

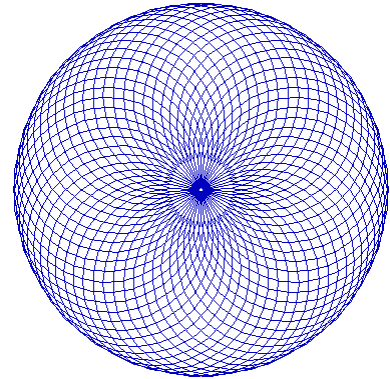
Készíts parancsot (virág  $n$   $h$ ), amely  $n$  oldalú,  $h$  oldalhosszúságú sokszögekből virágot készít!



virág 5 20



virág 7 20



virág 29 5



# Sorminták

Sorminta alatt egy vonal mentén ismétlődő díszítő elemeket értjük. Hol találkozhatunk velük? Elegendő csak körülnéznünk és mindenhol sormintákat látunk: a terítő szélén, a párnákon, a függönyökön, a tapéta bordúrijén, szalvétákon és sorolhatnánk még hosszan. A népművészetben a sorminták jellegzetesek az egyes tájegységekre, de a világ különböző népei is más-más díszítéseket alkalmaznak, amelyekből a hozzáértők egyetlen pillantással áthatják, hogy honnan valók.

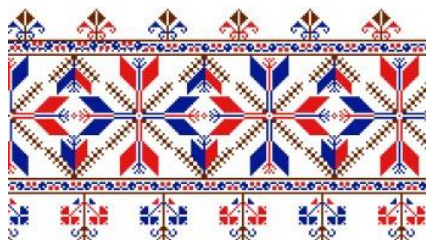
Nézzünk néhány példát (a képek a wikipediáról származnak):



Kalotaszegi



Tapéta bordűr



Orosháza



Szalvéta dísz



Marton



Terítő széle

Már az elsősök is készítenek különböző sormintákat a füzetükbe. Most megtanuljuk, hogy lehet a Scratch-ben sormintákat készíteni.

## Sorminta azonos elemekből

### Írásos hímzés

Készítsd el az ábra szerint a mintát (minta ), illetve a sormintát kirajzoló sorminta   parancsot, ahol a  a sormintában előforduló minták számát, a  pedig a nagyságát befolyásolja!



minta



sorminta

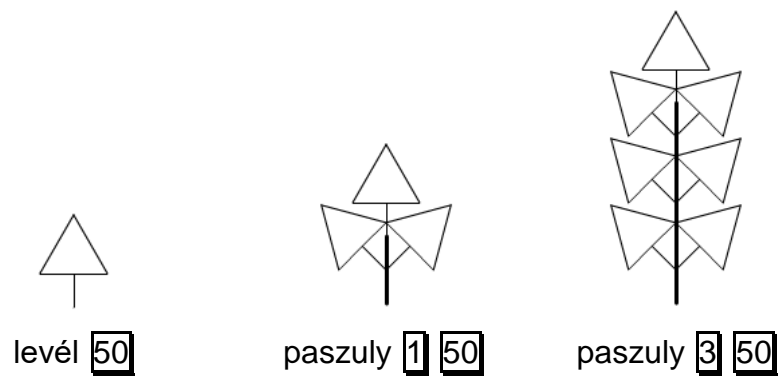


A sormintában a már elkészített mintát használjuk fel. Gondoljunk arra, hogy a sorminta kirajzolása után vissza kell térni az indulási pozícióba!



### Égig érő paszuly

Rajzold le a mesebeli égig érő paszulyt! Készítsd el először az ábra szerinti levél parancsot (levél **hossz**), ahol a levelet egy szabályos háromszögből állíthatod elő, ahol a **hossz** a háromszög oldalhossza! Készítsd el a paszulyt rajzoló parancsot is (paszuly **db** **hossz**), ahol a **db** paraméter a levélpárok számát adja meg, a **hossz** paraméter pedig a levél nagyságát és a levélpárok távolságát határozza meg! A paszuly szára legyen háromszor olyan vastag, mint a levél szára!



```

meghatározás: paszuly db hossz
tollméret legyen 3
menj db * hossz lépést
menj -1 * db * hossz lépést
tollméret legyen 1
ismételd db
  menj hossz / 2 lépést
  fordulj 45 fokot
  levél hossz
  fordulj 90 fokot
  levél hossz
  fordulj 45 fokot
  menj hossz / 2 lépést
levél hossz
menj -1 * db * hossz lépést
    
```

```

meghatározás: levél hossz
menj hossz / 2 lépést
fordulj 90 fokot
menj hossz / 2 lépést
fordulj 120 fokot
ismételd 2
  menj hossz lépést
  fordulj 120 fokot
menj hossz / 2 lépést
fordulj 90 fokot
menj -1 * hossz / 2 lépést
    
```

### Sorminta sorból és tükörképéből összeállítva

#### Kígyó-sárkány

Egy pikkelyes kígyó szabályos háromszög alakú pikkelyeket hord a hátán. A kígyó hosszát az ívei számával ( $fvdb$ ) adjuk meg, s az első ív mindig felfelé kezdődik. Minden íven  $db$  darab pikkely van. A sárkány hasonlít a kígyóra, csak neki mindkét oldalán vannak pikkelyek.

Készíts parancsot kígyó (kígyó ívdb db méret) és sárkány (sárkány ívdb db méret) rajzolására!



kígyó 4 8 50



sárkány 3 8 50



sárkány 6 8 50

A sárkány parancs a kígyó felhasználásával készül. Páratlan ívek esetén az utolsó ívet külön kell kezelni!

```

meghatározás: kígyó ívdb db méret
ismételd lefelé kerekítve ívdb / 2
  jobb db méret
  bal db méret
ha ívdb mod 2 = 1 akkor
  jobb db méret
    
```

```

meghatározás: jobb db méret
ismételd db
  fordulj 90 / db fokot
  ismételd 3
    menj méret lépést
    fordulj 120 fokot
  menj méret lépést
  fordulj 90 / db fokot
    
```

```

meghatározás: bal db méret
ismételd db
  fordulj 90 / db fokot
  ismételd 3
    menj méret lépést
    fordulj 120 fokot
  menj méret lépést
  fordulj 90 / db fokot
    
```

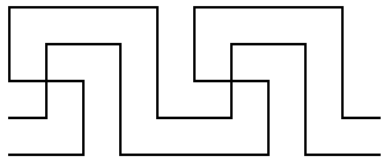
```

meghatározás: sárkány ívdb db méret
kígyó ívdb db méret
fordulj 180 fokot
ha ívdb mod 2 = 0 akkor
  kígyó ívdb db méret
különben
  kígyó ívdb - 1 db méret
fordulj 180 fokot
    
```

## Sorminta több sorból

### Fríz

Egy régi épület falát szép mintacsík (fríz) díszíti. Készíts fríz  $h$   $n$  parancsot, amely ilyen mintacsíkot rajzol!



fríz  $30$   $1$



fríz  $10$   $3$

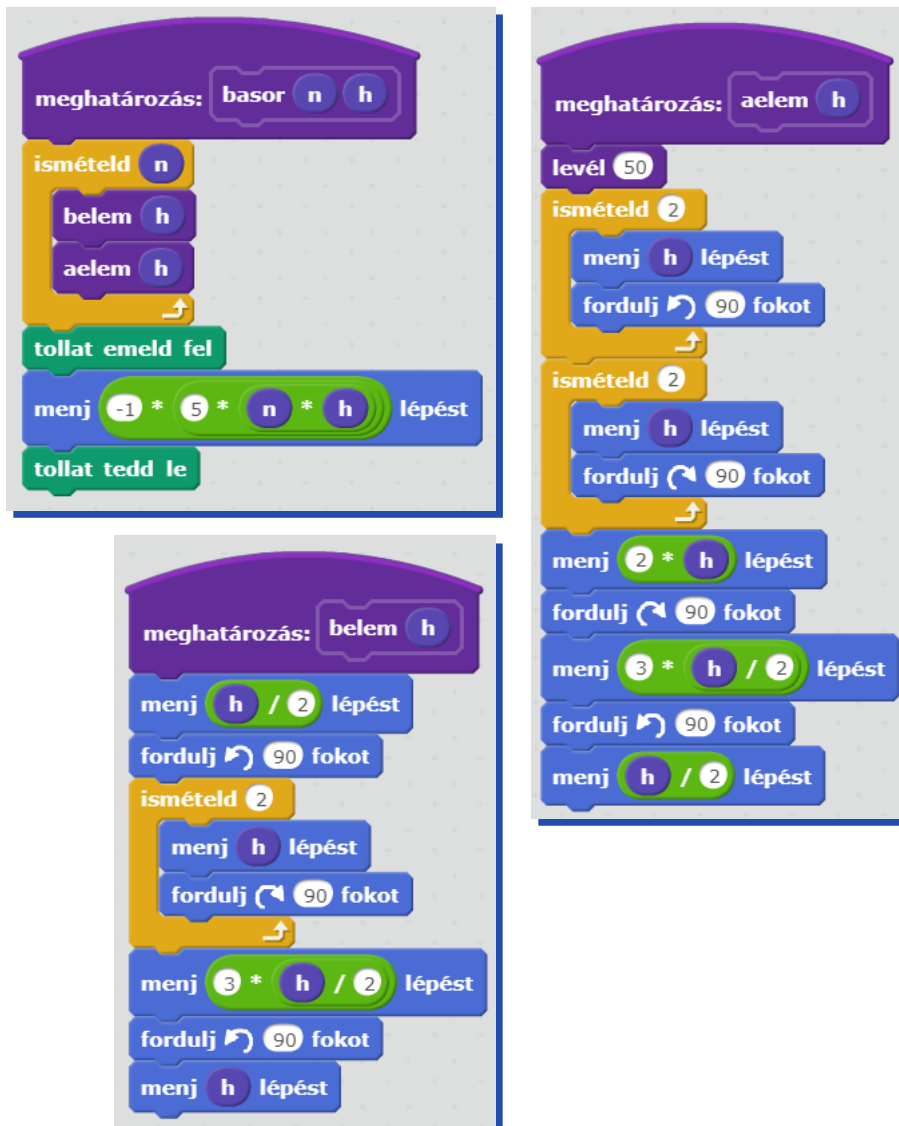
Vegyük észre, hogy a minta két különböző L alakokból felépülő vonalból áll!

```

meghatározás: fríz h n
  fordulj 90 fokot
  absor n h
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj h / 2 lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  basor n h
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj -1 * h / 2 lépést
  tollat tedd le
    
```

```

meghatározás: absor n h
  ismételd n
    aelem h
    belem h
  tollat emeld fel
  menj -1 * 5 * n * h lépést
  tollat tedd le
    
```

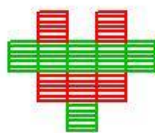


### Szálbehúzásos hímzés

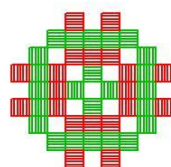
Készítsd el a négyzet `oldal` `szín` `csíkd`, a rész minta `oldal` `csíkd` és a minta `oldal` `csíkd` parancsokat, majd ezeket felhasználva a következő sormintát rajzoló `sorminta db oldal csíkd` parancsot, az `oldal` a méretet, a `csíkd` a négyzetben megrajzolt vonalak számát, a `db` pedig a sormintában szereplő elemek számát határozza meg! A színeket tetszőlegesen választhatod meg!



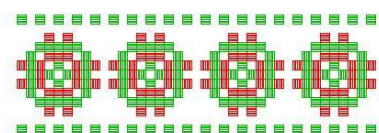
négyzet `20` `2` `5`



rész minta `10` `5`



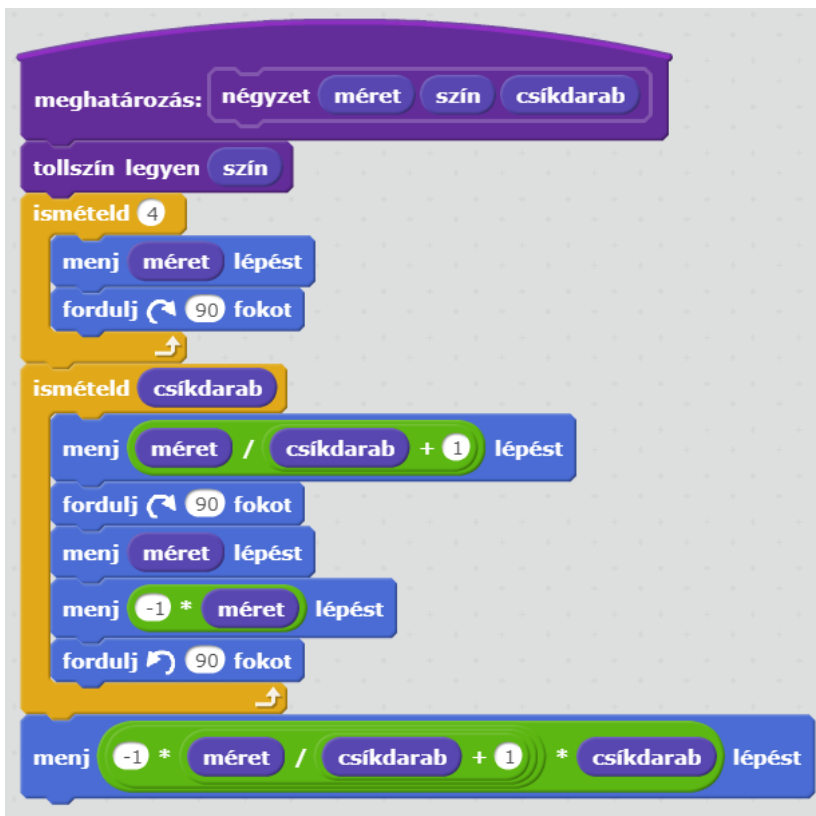
minta `10` `5`



sorminta `4` `10` `5`



A részmintát négyzetekből építjük fel.



Használunk egy általunk létrehozott **tollszín legyen szín** parancsot, amely a paraméterül kapott színnévnek megfelelően állítja be a toll színét.

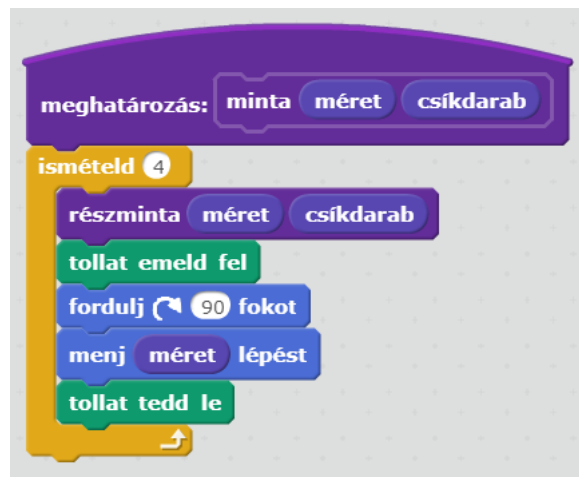


```

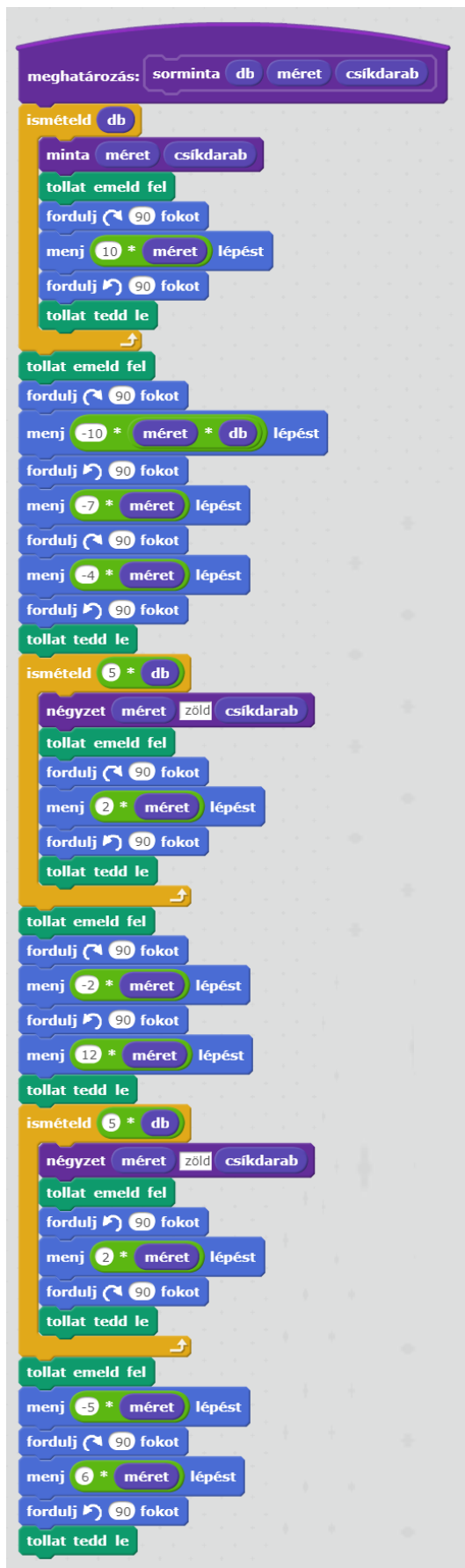
meghatározás: részminta méret csíkdarab
négyzet méret zöld csíkdarab
tollat emeld fel
menj méret lépést
fordulj 90 fokot
menj méret lépést
fordulj 90 fokot
tollat tedd le
ismételd 3
  négyzet méret piros csíkdarab
  fordulj 90 fokot
  menj méret lépést
  fordulj 90 fokot
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj -4 * méret lépést
fordulj 90 fokot
menj méret lépést
tollat tedd le
ismételd 5
  négyzet méret zöld csíkdarab
  fordulj 90 fokot
  menj méret lépést
  fordulj 90 fokot
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj -4 * méret lépést
fordulj 90 fokot
menj méret lépést
tollat tedd le
négyzet méret piros csíkdarab
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj 2 * méret lépést
fordulj 90 fokot
tollat tedd le
négyzet méret piros csíkdarab
tollat emeld fel
menj -3 * méret lépést
fordulj 90 fokot
menj -1 * méret lépést
fordulj 90 fokot
tollat tedd le

```

Megforgatjuk a szívet, így kapjuk meg a mintát!



A sormintában a mintát használjuk fel és készítünk még hozzá két szélsort a négyzetekből!

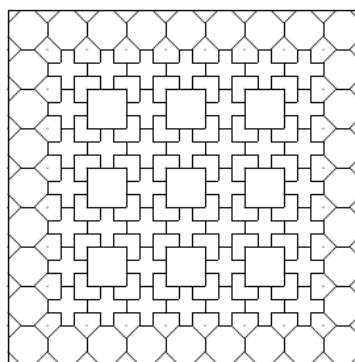
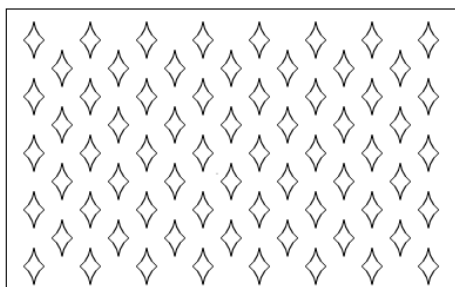


# Mozaik – sorminták egymás fölé

A mozaik olyan művészeti technika és annak eredménye, amelynél kicsiny méretű színes üveg-, kő- vagy kavicsdarabokból állítják össze a képet vagy mintázatot (néha más anyagokat is használnak). A mozaikdarabokat cementtel, gipsszel rögzítik, esetleg a még nedves vakolatba nyomják bele.<sup>4</sup>

A teknőcgrafikában olyan mozaikokkal foglalkozunk, amelyek valamely geometrikus mintákból adott szabályszerűséggel épülnek fel, töltenek ki szabályos alakú területet.

Sokszor találkozunk ilyenekkel padló (parketta) burkolatoknál, térköveknél, csempéknél, üvegből készült vagy fába vésett mozaikoknál.



A mozaikok egy részében sormintákat helyezünk egymás fölé. Ilyen mozaikalkotásról olvashatunk az alábbi címen: [http://qtp.hu/mozaik/geometrikus\\_mintak\\_szerkesztese.php](http://qtp.hu/mozaik/geometrikus_mintak_szerkesztese.php).

## Négyzetmozaikok azonos alapelemekből

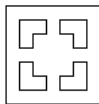
A legegyszerűbb esetben négyzet alakú elemekkel töltünk ki egy téglalapot, amikor a téglalap oldalainak hossza a négyzet oldalainak egész számszorosa.

---

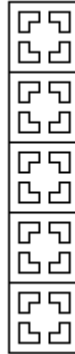
<sup>4</sup> A Wikipédiából, a szabad enciklopédiából

### Csempe

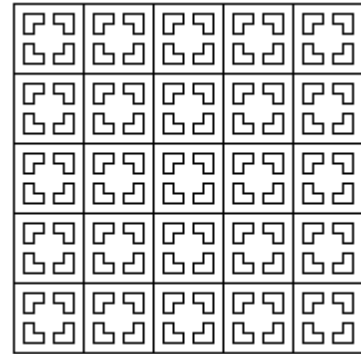
Az ábrán látható csempével szeretnénk egy falat kicsempézni. Készíts parancsot a csempe rajzolására (`csempe méret`, ahol `méret` a négyzet alakú csempe oldalhossza), valamint hosszú és négyzetes falak csempézésére (`hfal db méret`, `nfal db méret`)!



csempe `50`

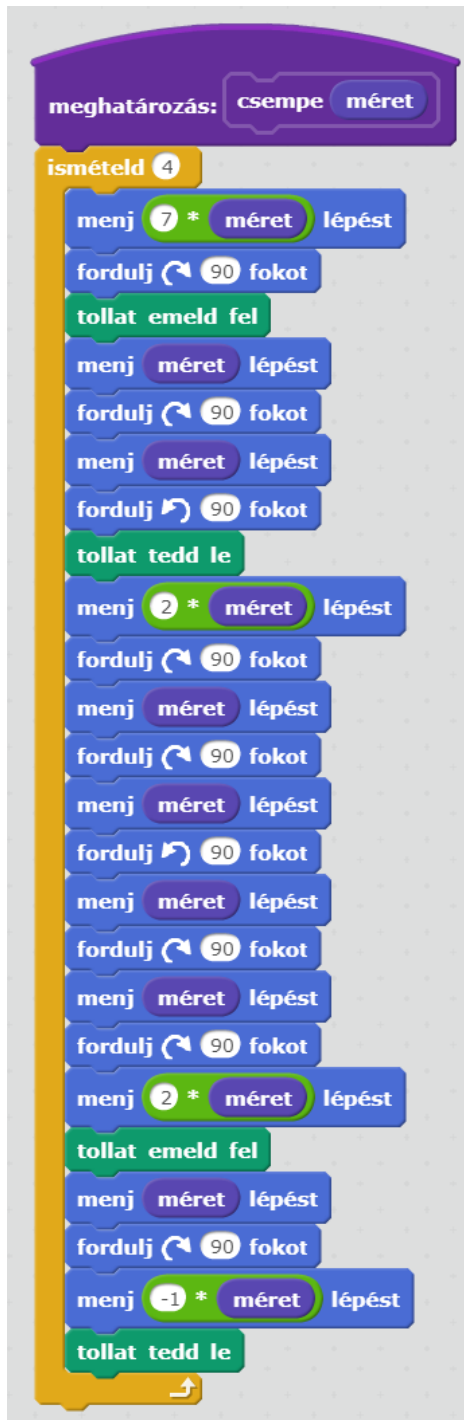


hfal `5` `35`

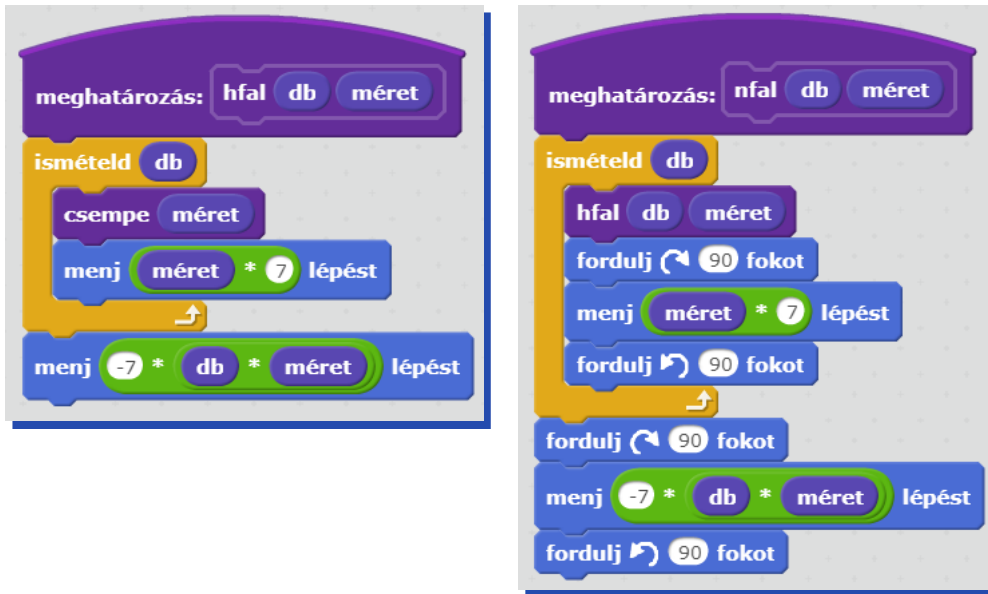


nfal `5` `35`

A **csempe** egy nagyobb négyzet és egy kisebb négyzet sarkain levő négy szabályos alakzat:



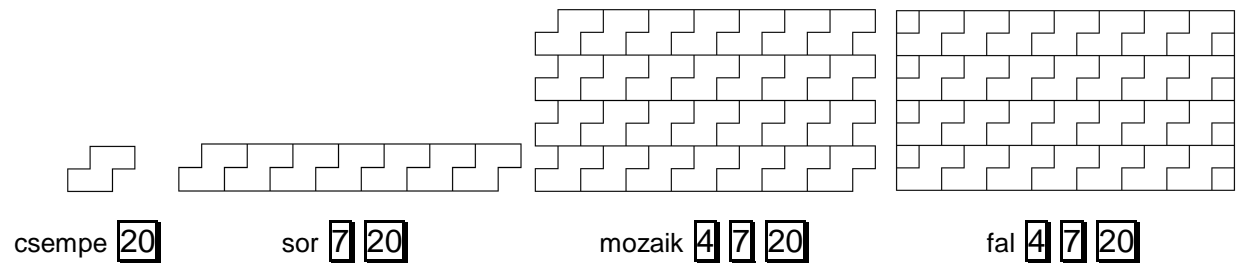
A **hfal** egy sorminta, csak a szokásossal szemben függőleges irányban rajzolva:



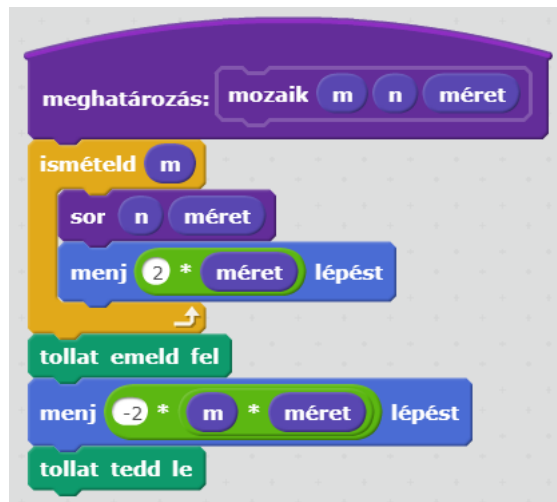
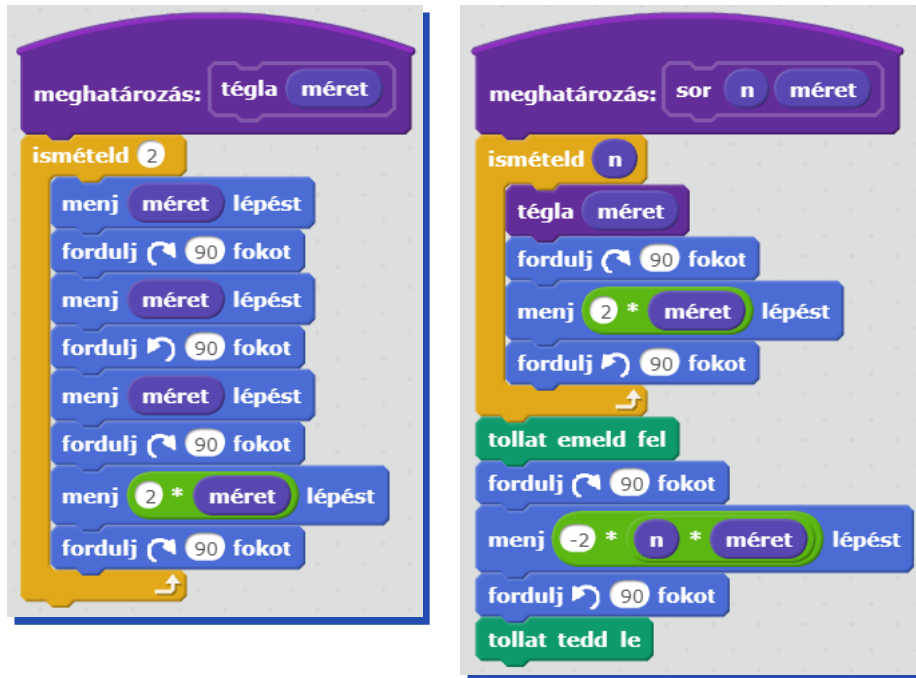
### Csempe külső szegély felhasználásával

Készíts parancsot, amely az itt megadott téglából falat tud építeni! A téglát **méret** parancs egyetlen téglát rajzoljon, ahol **méret** a téglát legrövidebb vonalának hossza! A téglát alja és teteje pedig  $2 * \text{méret}$  hosszúságú legyen!

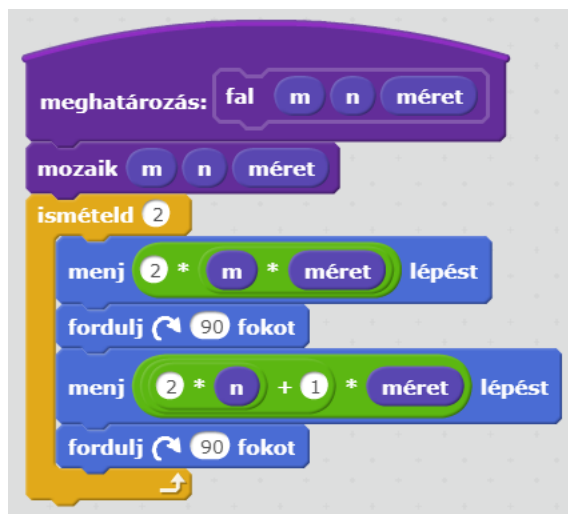
A sor **n méret** parancs **n** darab téglát rajzoljon egymás mellé, a mozaik **m n méret** pedig **m** sorból álló falat! A fal **m n méret** egy téglalapba foglalt mozaik legyen!





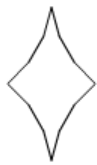


A mozaik nem fed le a kiinduló téglalapot, ezért azt külön rajzoljuk köré.

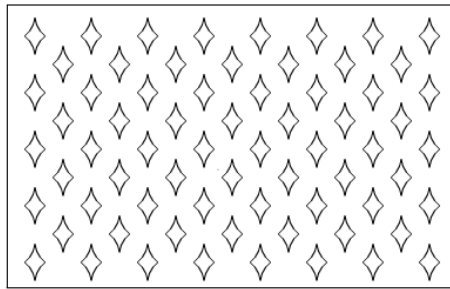


### Terítő – két mozaik egymáson

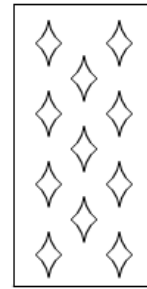
Egy terítőn hosszúkás minták vannak. Az egyes mintaelemek hegyesebb végüknél 30, a tompábbnál 90 fokos szögűek. Az egyes oldalakon 2 törés van, ezek 165 fokos szöget zárnak be. Ha az egyenes darabok hosszát  $x$ -szel jelöljük, akkor a terítőn az egyes elemek egymástól  $8 \cdot x$  távolságra vannak soronként és oszloponként is, továbbá közöttük átlósan is található egy-egy elem. A terítőt egyszerű szegély keretezi szimmetrikusan. Készíts parancsot (terítő  $n$   $m$   $x$ ), amely egy olyan terítőt rajzol, ahol egymás fölött  $n$  elem, egymás mellett pedig  $m$  elem található és köztük átlósan is vannak elemek!



minta  $20$



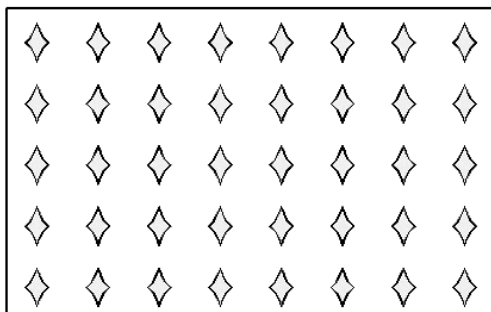
terítő  $5$   $8$   $6$



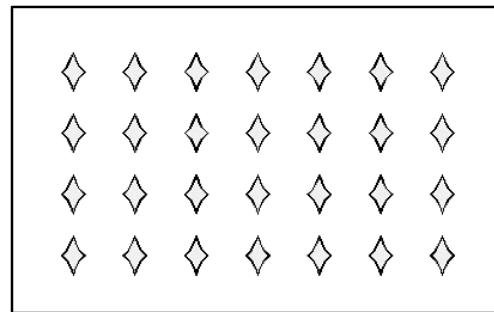
terítő  $4$   $2$   $6$

A feladatban az tűnik bonyolultnak, hogy minden páros sorszámú sor eggyel kevesebb elemből áll és jobbra el van tolva az alatta levőhöz képest.

A megoldás egyszerűbb: képzeljünk el két mozaikot!

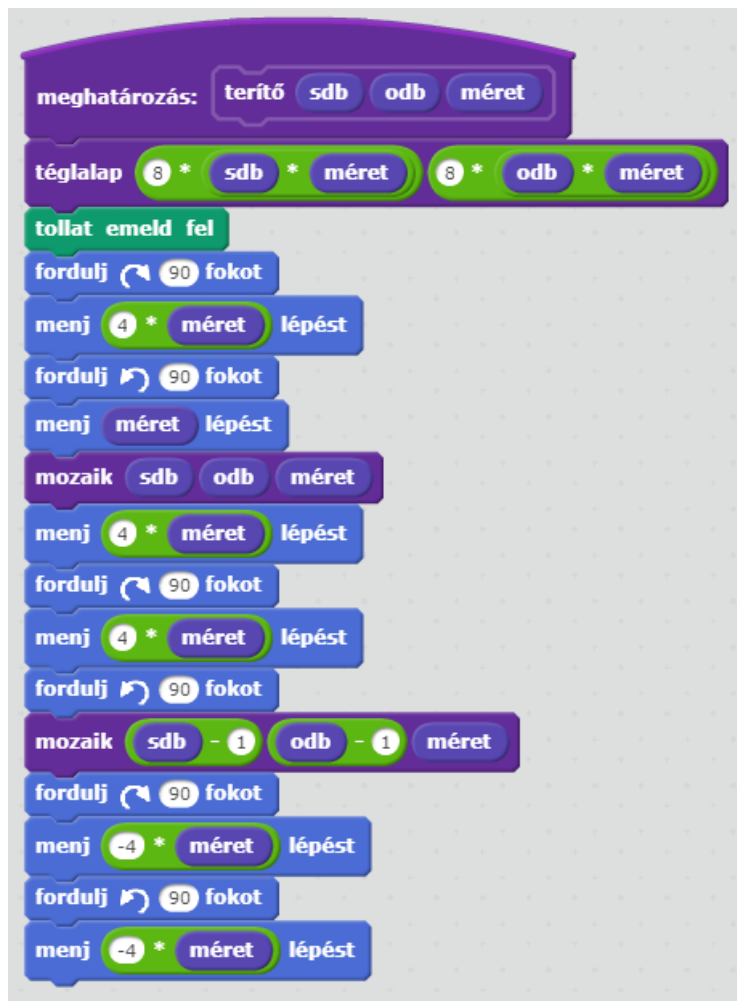


terítő1  $5$   $8$   $6$



terítő2  $5$   $8$   $6$

Tegyük egymásra a kettőt és már készen is vagyunk!



```
meghatározás: mozaik sdb odb méret
ismételd sdb
  sor odb méret
  menj 8 * méret lépést
  ↑
menj sdb * méret * -8 lépést
```

```
meghatározás: minta méret
tollat tedd le
ismételd 2
  ismételd 3
    fordulj 15 fokot
    menj méret lépést
    ↑
  fordulj 90 fokot
  ismételd 3
    menj méret lépést
    fordulj 15 fokot
    ↑
  fordulj 180 fokot
  ↑
tollat emeld fel
```

```
meghatározás: sor db méret
ismételd db
  minta méret
  fordulj 90 fokot
  menj 8 * méret lépést
  fordulj 90 fokot
  ↑
  fordulj 90 fokot
  menj -8 * db * méret lépést
  fordulj 90 fokot
```

## Mozaik kétféle elemből

Ha a mozaik kétféle elemből áll, akkor egy cikluslépésben kétféle elemet, illetve kétféle sort rajzolunk. Páratlan lépésszám esetén az egyiket a cikluson kívül megismételjük még egyszer.

### Padló

Egy padló 30x30-as méretű csíkozott négyzetekből épül fel. Készítsd el a megrajzolásához szükséges parancsokat!

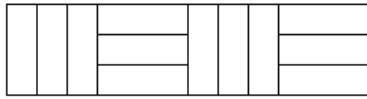
- függőleges  $\boxed{n}$  a négyzetet függőlegesen harmadolja két vonal.  
 vízszintes  $\boxed{n}$  a négyzetet vízszintesen harmadolja két vonal.  
 sorf  $\boxed{m} \boxed{n}$  egymás mellé elhelyezett  $\boxed{m}$  darab négyzet, a páratlan sorszámúak függőleges, a páros sorszámúak pedig vízszintes csíkozásúak.  
 sorv  $\boxed{m} \boxed{n}$  egymás mellé elhelyezett  $\boxed{m}$  darab négyzet, a páratlan sorszámúak vízszintes, a páros sorszámúak pedig függőleges csíkozásúak.  
 mozaik  $\boxed{n} \boxed{m} \boxed{n}$  egymás fölé elhelyezett  $\boxed{n}$  darab sor, a páratlan sorszámúak függőleges, a páros sorszámúak vízszintes csíkozású négyzettel kezdődnek.  
 padló  $\boxed{n} \boxed{m} \boxed{n}$  a mintának megfelelően egymás végébe elhelyezett 4 darab mozaik.



függőleges  $\boxed{20}$



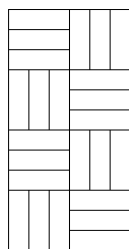
vízszintes  $\boxed{20}$



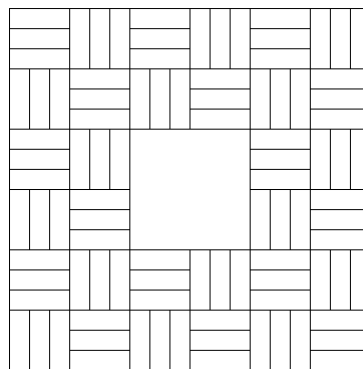
sorf  $\boxed{4} \boxed{20}$



sorv  $\boxed{4} \boxed{20}$



mozaik  $\boxed{4} \boxed{2} \boxed{10}$



padló  $\boxed{4} \boxed{2} \boxed{10}$

A kétféle alapelem függőleges, illetve vízszintes csíkozású négyzet.



Készítünk egy függőleges csíkozású elemmel kezdődő sort és egy vízszintes csíkozású elemmel kezdődő sort. Figyelni kell, hogy a sorok páros vagy páratlan számú elemből állnak-e!



A mozaikban  $n/2$  darab **sorf**, illetve **sorv** szerepel. Ha  $n$  páratlan, akkor még egy **sorf**-et kell rajzolni!

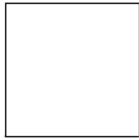
```
meghatározás: mozaik n m h
ismételd lefelé kerekítve n / 2
  sorf m h
  menj h lépést
  sorv m h
  menj h lépést
ha n mod 2 = 1 akkor
  sorf m h
  menj h lépést
menj -1 * n * h lépést
```

A padló egy négyzet 4 oldalára elhelyezett mozaik.

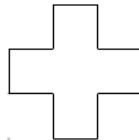
```
meghatározás: padló n m h
ismételd 4
  mozaik n m h
  menj n + m * h lépést
  fordulj 90 fokot
```

**Mozaik – szegély is, kétféle elem is**

Egy mozaikot háromféle alapelemből építünk fel (alapelem1  $h$ , alapelem2  $h$ , alapelem3  $h$ ), ahol  $h$  az alapelemek köré írható négyzet oldalának hossza. Az alapelemek sorokba rendezhetők (sor1  $m$   $h$ , sor2  $m$   $h$ , sor3  $m$   $h$ ), ahol a sorok  $m \cdot 2 + 3$  darab alapelemet tartalmaznak. A sorok felépítése az ábrán látható. Sorok alkalmas egymás mellé helyezésével készíts mozaikot (mozaik  $m$   $h$ ), amelynek belsejében  $m \cdot 2 + 3$  sorban soronként  $m$  négyzet található!



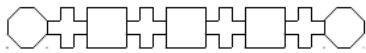
alapelem1  $100$



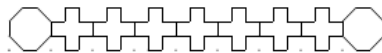
alapelem2  $100$



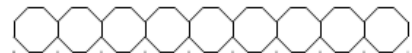
alapelem3  $100$



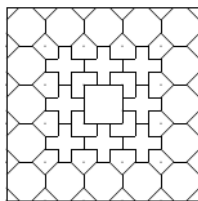
sor1  $3$   $30$



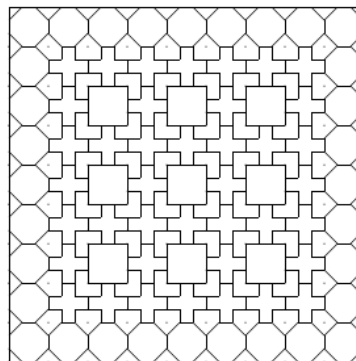
sor2  $3$   $30$



sor3  $3$   $30$



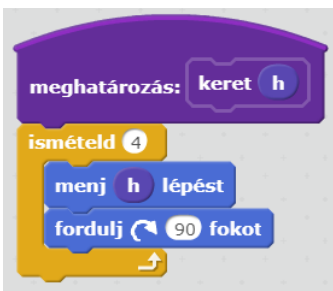
mozaik  $1$   $30$



mozaik  $3$   $30$



Ebben a mozaikban háromféle sort kell rajzolnunk!



```
meghatározás: sor1 n a
alapelem3 a
eltol a
ismételd n
  alapelem2 a
  eltol a
  alapelem1 a
  eltol a
alapelem2 a
eltol a
alapelem3 a
eltol a
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj (-1 * n * 2 + 3) * a lépést
fordulj 90 fokot
tollat tedd le
```

```
meghatározás: eltol a
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj a lépést
fordulj 90 fokot
tollat tedd le
```

```

meghatározás: sor2 n a
  alapelem3 a
  eltol a
  ismételd n * 2 + 1
    alapelem2 a
    eltol a
  alapelem3 a
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj -1 * n * 2 + 2 * a lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  
```

```

meghatározás: sor3 n a
  ismételd n * 2 + 3
    alapelem3 a
    eltol a
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj -1 * n * 2 + 3 * a lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  
```

```

meghatározás: alapelem1 a
  ismételd 4
    menj a lépést
    fordulj 90 fokot
  
```

```

meghatározás: alapelem2 a
  tollat emeld fel
  menj a / 3 lépést
  tollat tedd le
  ismételd 4
    menj a / 3 lépést
    fordulj 90 fokot
    menj a / 3 lépést
    fordulj 90 fokot
    menj a / 3 lépést
    fordulj 90 fokot
  tollat emeld fel
  menj -1 * a / 3 lépést
  tollat tedd le
  
```



## Nem négyzet alapú mozaikok

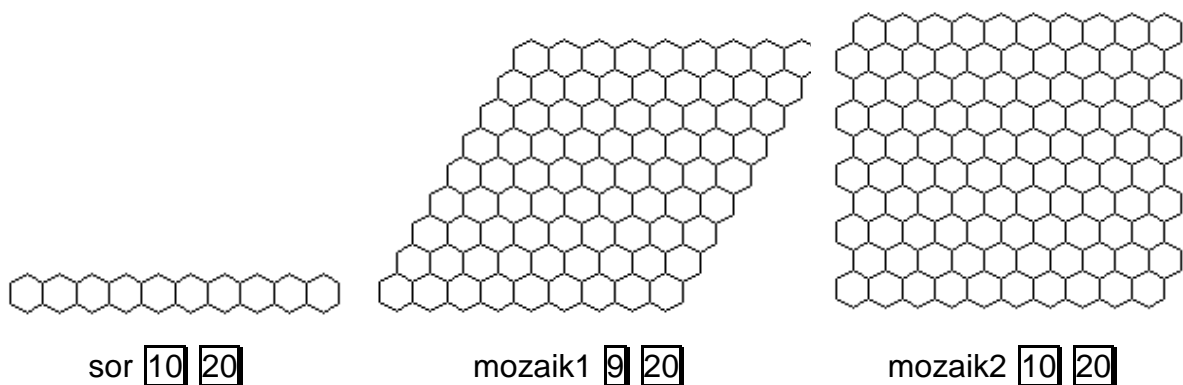
Mozaik alapja nem csak négyzet lehet. A sík a négyzeten kívül még kétféle szabályos sokszöggel fedhető le: egyenlő oldalú háromszöggel, illetve hatszöggel.

### Hatszögmozaik

Készíts parancsot, amely méhsejtekből különböző alakzatokat tud építeni! A hatszög `hossz` parancs egyetlen méhsejtet rajzoljon, ahol `hossz` a hatszög oldalhossza!

A sor `n hossz` parancs `n` darab méhsejtet rajzoljon egymás mellé!

A mozaik1 `n hossz`, mozaik2 `n hossz` parancsok pedig az alábbi ábrákat rajzolják, ahol `n` az alsó sorban levő hatszögek száma, `hossz` pedig a hatszögek oldalhossza!



```

meghatározás: hatszög hossz
ismételd 6
  menj hossz lépést
  fordulj 60 fokot

```

```

meghatározás: mozaik1 n hossz
ismételd n
  sor n hossz
  menj hossz lépést
  fordulj 60 fokot
  menj hossz lépést
  fordulj 60 fokot

```

```

meghatározás: sor n hossz
ismételd n
  hatszög hossz
  ismételd 2
    fordulj 60 fokot
    menj -1 * hossz lépést
  fordulj 120 fokot
ismételd n
  fordulj 120 fokot
  ismételd 2
    menj hossz lépést
    fordulj 60 fokot

```

```

meghatározás: mozaik2 n hossz
ismételd lefelé kerekítve n / 2
  sor n hossz
  menj hossz lépést
  fordulj 60 fokot
  menj hossz lépést
  fordulj 60 fokot
  sor n hossz
  tollat emeld fel
  menj hossz lépést
  fordulj 60 fokot
  menj hossz lépést
  fordulj 60 fokot
  tollat tedd le
ha n mod 2 = 1 akkor
  sor n hossz

```

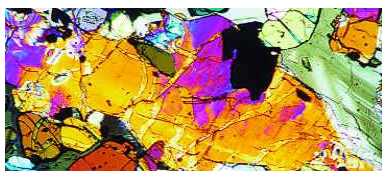
# Ásványok – molekulák – kristályok

A természetben sok szép ásványt, kristályt találhatunk. Mindegyiknek valamilyen jellemző szerkezete van. Ha az ásvány maga nem is, de a szerkezete mindenképpen rajzolható a teknőcgrafikával.

Nézzünk néhány példát, amelynek szerkezetét a teknőcgrafikában meg is rajzolhatjuk:



szilikát



piroxén



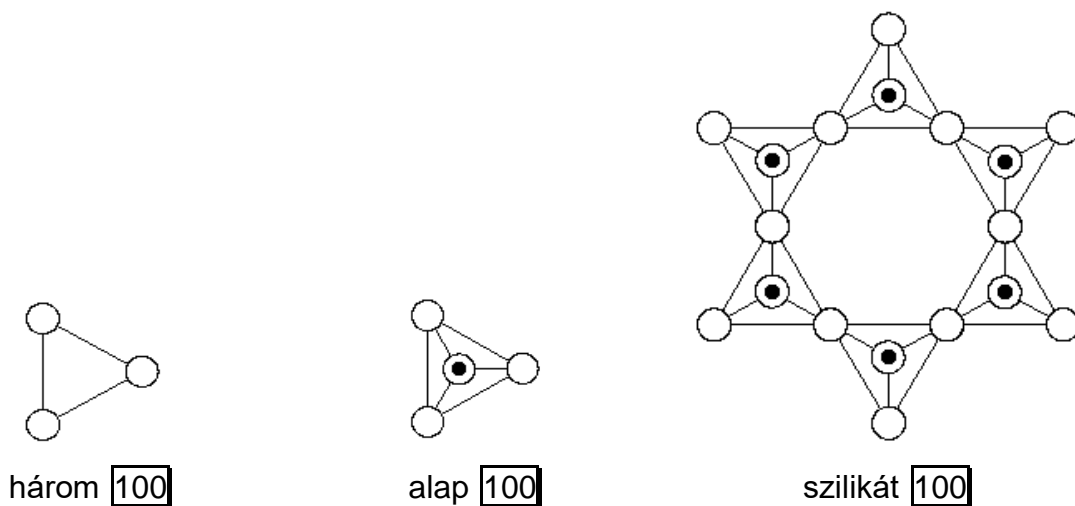
béta-kvarc

A kristályok szerkezetét sok esetben gráffal ábrázolják. A gráf csomópontokból és azokat valamilyen szabályszerűséggel összekötő élekből áll. A legtöbb esetben a gráf többféle csomópontot tartalmaz, azaz legalább kétféle alapelem rajzolására lesz szükségünk.

A legegyszerűbb esetekben a gráf egy sokszög, illetve elemek sokszögek csúcsaiba vagy oldalaira elhelyezve.

## Szilikát

Egy szilikát ásvány ( $\text{Si}_6\text{O}_{18}$ ) háromszög alakban elhelyezkedő 3 oxigénatomból (10 sugarú kör), valamint térben egymás fölött elhelyezkedő egy szilícium (10 méretű fekete pötty) és egy oxigénatomból álló hatos összekapcsolódásából (vannak közös oxigének) áll. Készíts parancsokat az alábbi ábrák megrajzolására, ahol a hosszabb vonal (kör középpontjától a másik kör középpontjáig)  $\sqrt{3}$  hosszúságú, a rövidebb pedig ennek  $(\sqrt{3})/3$ -szorosa!



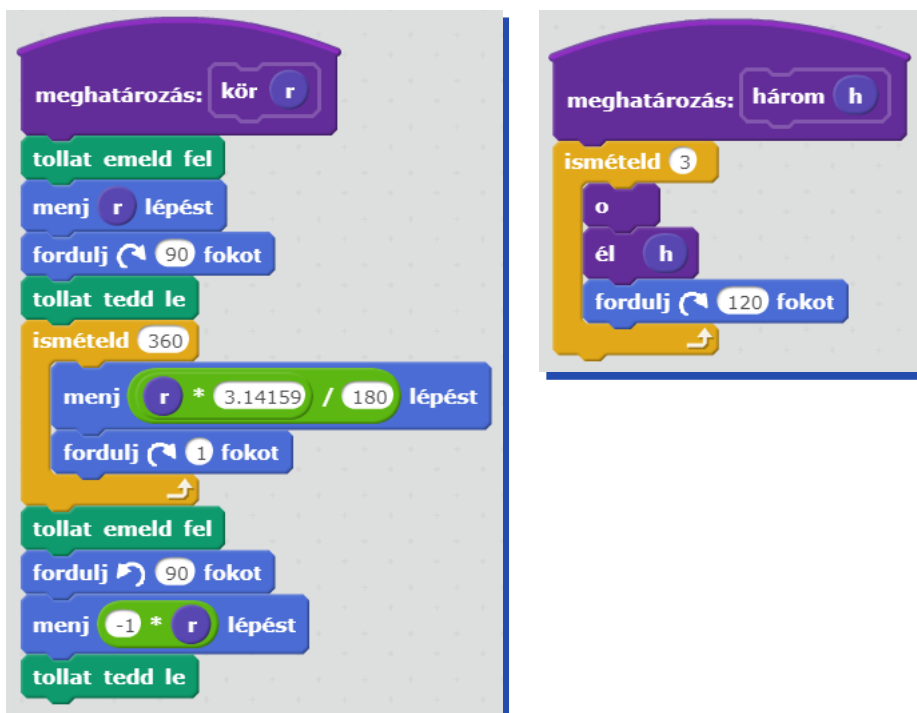
Először rajzoljuk meg az oxigént (O) és a szilícium-oxigén párt (SiO)! A szilíciumot jelképező fekete pöttyöt úgy készítjük, hogy pontot rajzolunk egy vastag tollal.

```

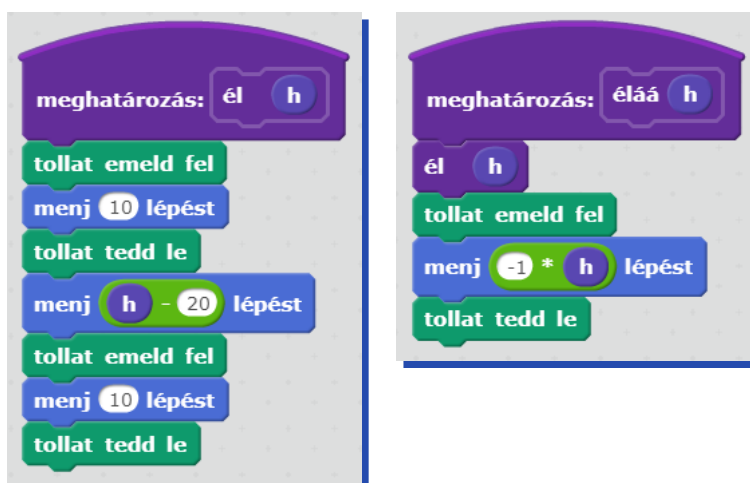
meghatározás: o
kör 10

meghatározás: sio
kör 10
tollméret legyen 10
tollat tedd le
tollméret legyen 1
    
```

A kört a középpontjából kiindulva rajzoljuk:



Az élen a körökön belül felemelt tollal, a körök között leengedett tollal (rajzolva) megyünk végig. Az egyik parancs az él végpontjában marad (él), a másik parancs állapotátlátszó (éláá).





Az **alap** a **három** parancsra épül:

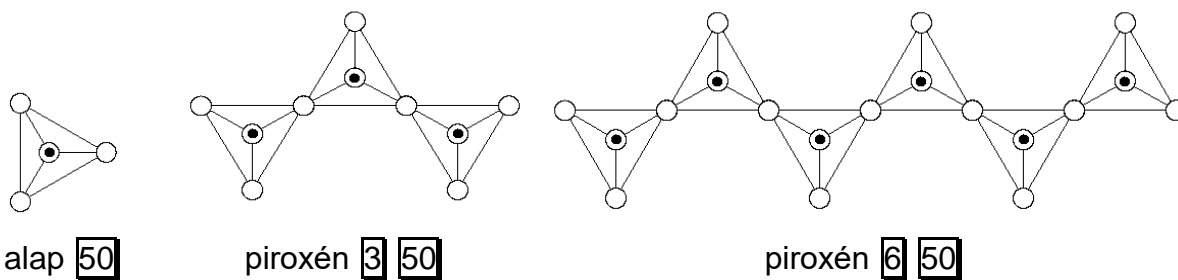


Egy hatszög csúcsaiba kell végül rajzolni az **alap**-ot.



## Piroxén

Polimer szilikátok szerkezetét mutatják az alábbi rajzok. Egy alapelem 4 molekulából áll az ábra szerinti elrendezésben. Az ábrán a háromszögek oldalhossza (kör középpontjától kör középpontjáiig)  $h$ , a belső vonalak hossza pedig  $h/\text{gyök } 3$ .



Készítsd el az **alap  $h$**  és a **piroxén  $n$   $h$**  parancsokat, ahol  $h$  az alapelemek száma a piroxénben!  
 Most az alapelemet nem egy sokszög csúcsaira helyezük, hanem sormintát építünk belőle. A sormintában ugyan egyforma elemek vannak, de felváltva más irányban kell őket rajzolnunk.

```

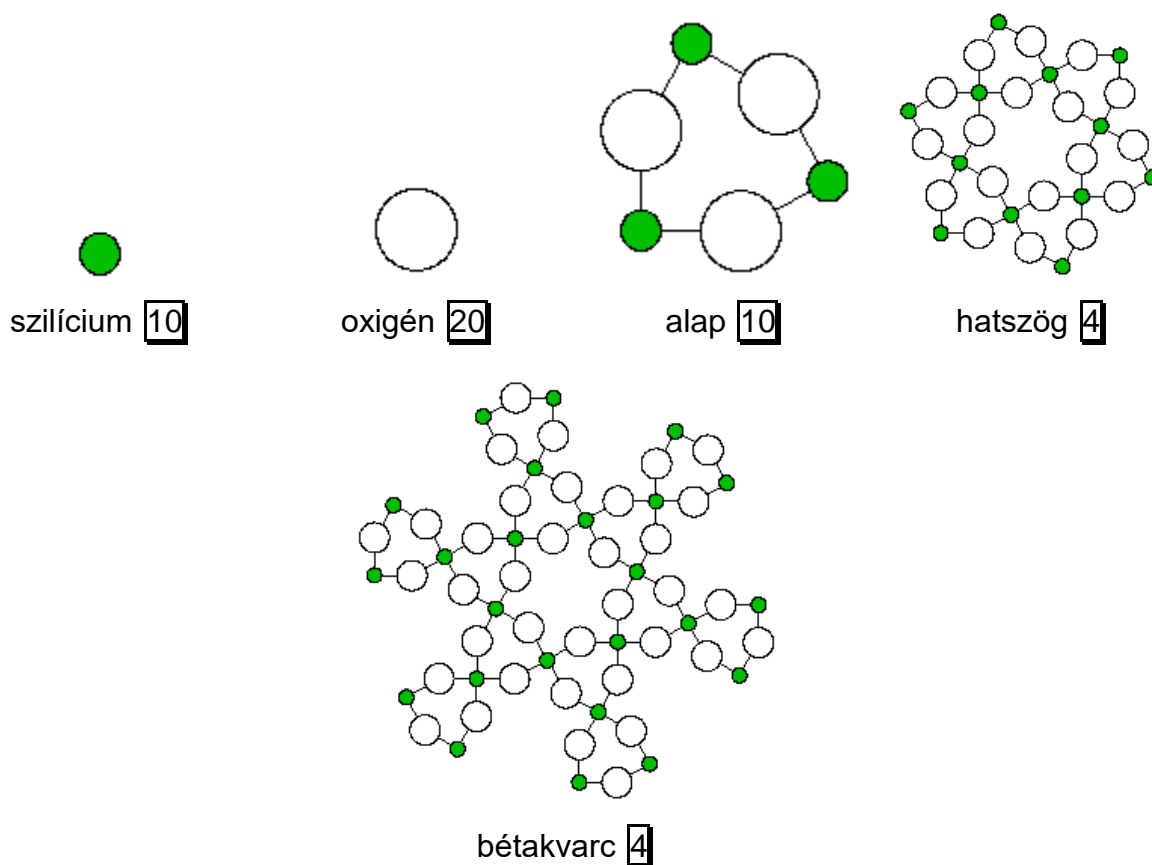
meghatározás: piroxén n h
  fordulj 30 fokot
  ismételd lefelé kerekítve n / 2
    alap h
    fordulj 60 fokot
    tollat emeld fel
    menj 2 * h lépést
    fordulj 120 fokot
    tollat tedd le
    alap h
    tollat emeld fel
    menj 2 * h lépést
    fordulj 180 fokot
    tollat tedd le
  ha n mod 2 = 1 akkor
    alap h
    tollat emeld fel
    fordulj 60 fokot
    menj n - 1 * h lépést
  különben
    tollat emeld fel
    fordulj 60 fokot
    menj n * h lépést
  fordulj 60 fokot
  tollat tedd le
    
```

## Béta-kvarc

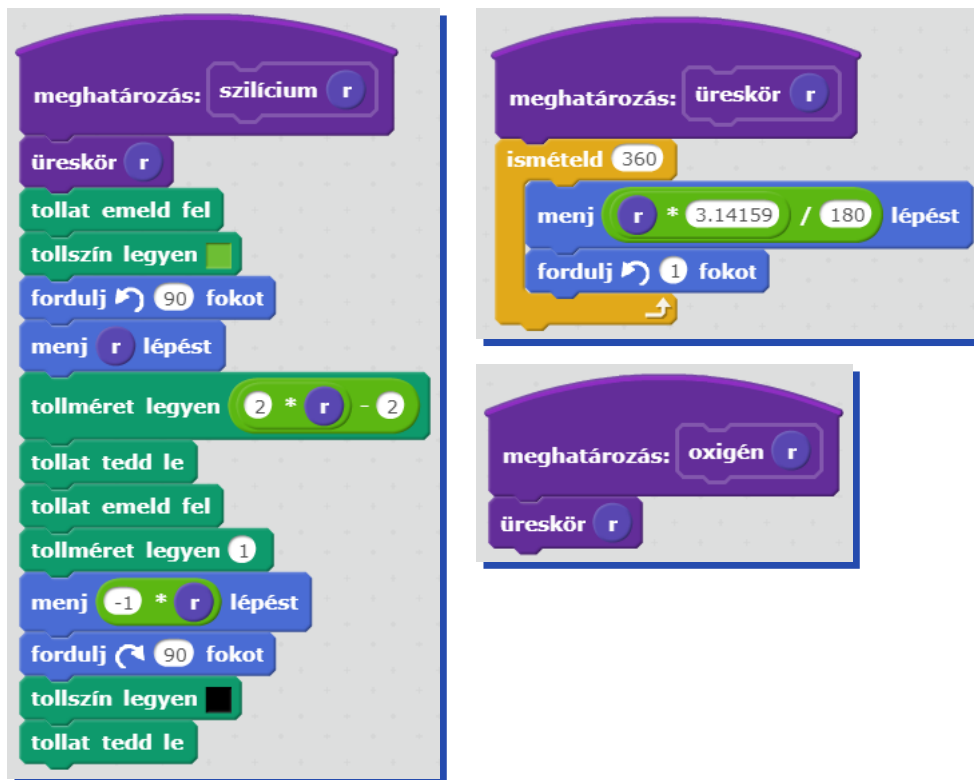
A Béta-kvarc rácstruktúrája síkra vetíthető. Ebben az ásványban egy szilíciumatom négy oxigénatomhoz, illetve minden oxigénatom két szilíciumatomhoz kapcsolódik.

Készíts parancsot (**betakvarc**  $r$ ) a Béta-kvarc megrajzolására! Ehhez a következő parancsokat használd:

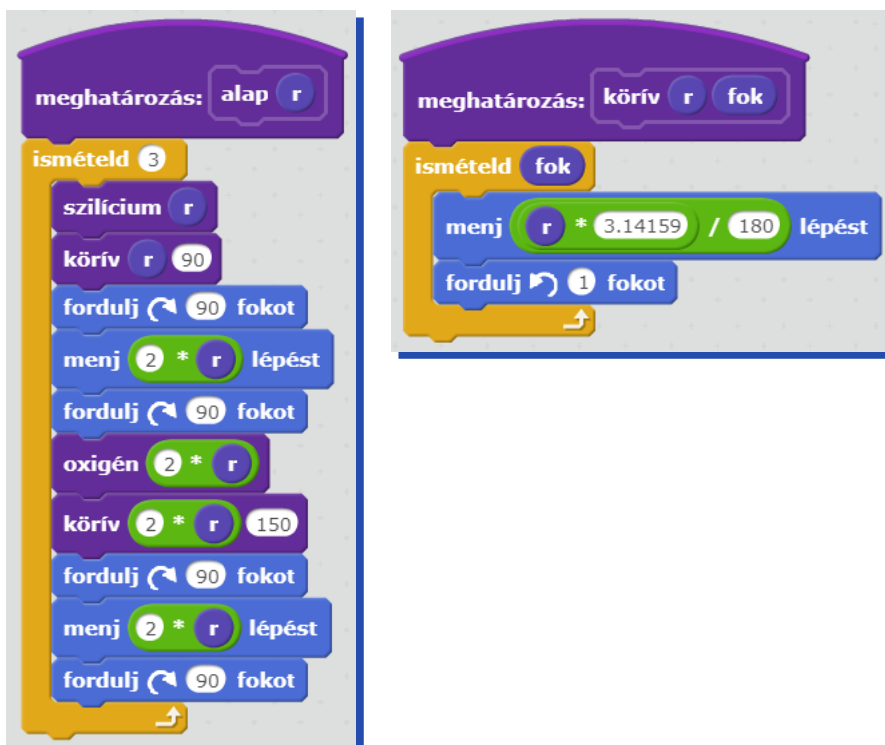
- szilícium  $r$                        $r$  sugarú, zöld színű kör a szilíciumatom képének;
- oxigén  $r$                              $r$  sugarú, üres kör az oxigénatom képének;
- alap  $r$                                 3 oxigén- és 3 szilíciumatomból álló struktúra, a szilíciumatom  $r$ , az oxigénatom pedig  $2*r$  sugarú, a köztük levő kötéseket jelző szakaszok pedig  $2*r$  hosszúak;
- hatszög  $r$                          6 alapelemből felépülő struktúra, hatszög alakban;
- betakvarc  $r$                         a hatszög szélein levő szilíciumatomokból egy-egy újabb alapelem nő ki;



A szilíciumatomot úgy töltjük ki színnel, hogy egy az átmérőjénél 2 képponttal kisebb méretű tollal pöttyöt rajzolunk bele.



Az **alap** a gráf alapeleme, egy egyszerű háromszögre épített gráf.



A hatszög egy hatszögre épített **alap**-okból álló gráf.



A **bétakvarc** a hatszög csúcsaira egy-egy **alap**-ot tesz.



# Rekurzió

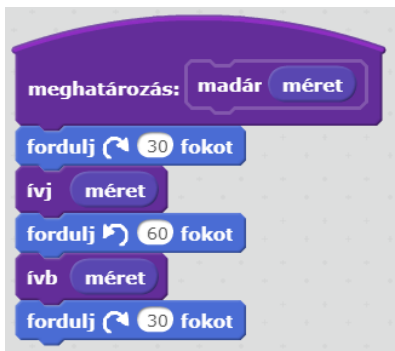
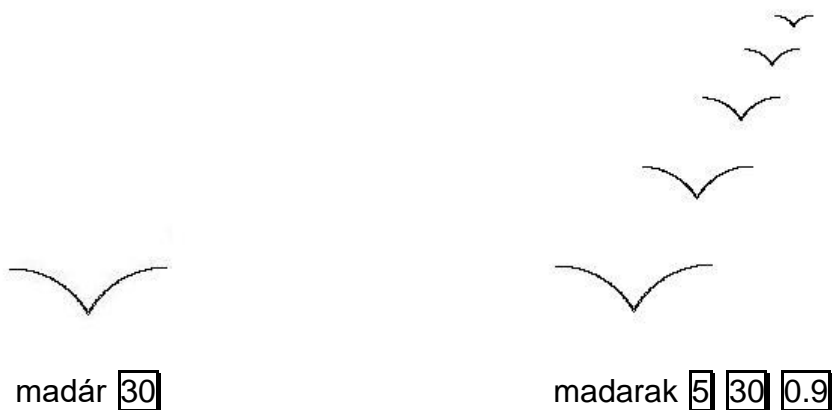
Rekurzió alkalmazására sokszor szükség lehet, hagyományosnak tűnő ábrák rajzolásánál is. Az **ismételd** parancs ugyanis arra alkalmas elsősorban, hogy azonos tevékenységeket végezzen sokszor.

## Sorminta változó méretű elemekkel

Az egyik legegyszerűbb eset, amikor sormintákat rajzolunk, de rajzolás közben változik a sorminta elemeinek mérete.

### Távolodó madarak

Rajzold le az égen egymás után szálló madarakat (**madarak db méret arány**). Az első a legnagyobb, majd a következő arányosan mindig kisebb. A **db** paraméter a madarak számát, a **méret** az első madár nagyságát, az **arány** pedig a kicsinyítés mértékét adja meg.



A szárnyak 60 fokos körívekből állnak.

```

meghatározás: ívj r
ismételd 60
  menj r * 2 * 3.14159 / 360 lépést
  fordulj 1 fokot
  tollat emeld fel
ismételd 60
  fordulj 1 fokot
  menj r * -2 * 3.14159 / 360 lépést
  tollat tedd le
  
```

```

meghatározás: ívb r
ismételd 60
  menj r * 2 * 3.14159 / 360 lépést
  fordulj 1 fokot
  tollat emeld fel
ismételd 60
  fordulj 1 fokot
  menj r * -2 * 3.14159 / 360 lépést
  tollat tedd le
  
```

Ne használjunk ciklust, hiszen a madarak mérete lépésről lépésre csökken.

```

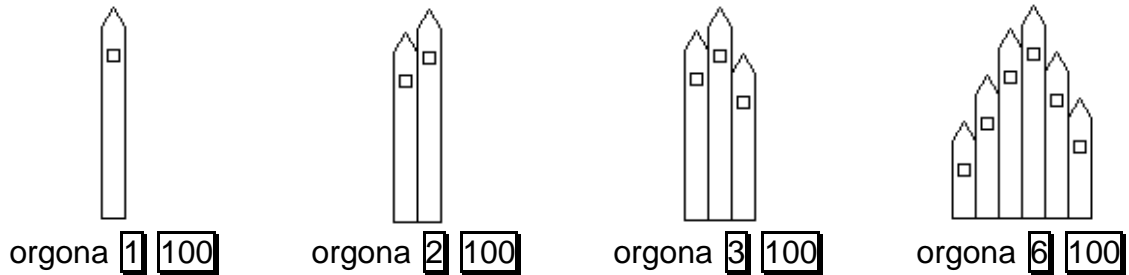
meghatározás: madarak db méret arány
ha db > 0 akkor
  madár méret
  tollat emeld fel
  fordulj 30 fokot
  menj méret * 1.5 lépést
  fordulj 30 fokot
  tollat tedd le
  madarak db - 1 méret * arány arány
  
```



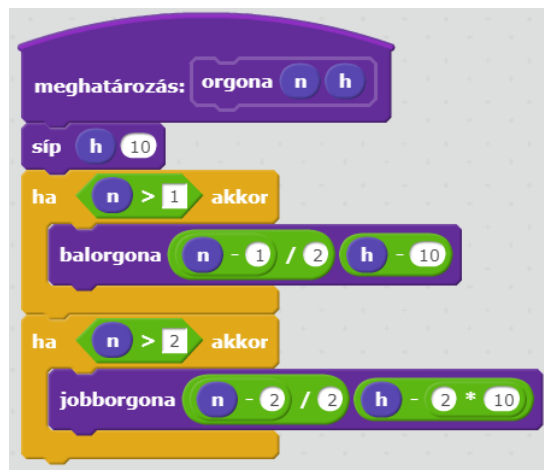
## Orgonasíp

Az orgonasípot speciális módon szokták elrendezni. Középen van mindig a leghosszabb síp. Tőle balra található a második, jobbra pedig a harmadik leghosszabb. A következőt megint a bal szélre rakják, az azt követőt pedig a jobb szélre, ... és így tovább.

Készíts parancsot (orgona **db** **h**), amely a mintának megfelelő orgonát rajzolja, **db** sípból áll, s a leghosszabb hossza **h**!



Figyeljünk arra, hogy balra és jobbra más méretű orgonasípot kell rajzolni.



Az orgona bal oldali részét rajzolja meg:

```

meghatározás: balorgona n h
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj 10 lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  síp h 10
  ha n > 1 akkor
    balorgona n - 1 h - 2 * 10
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj -10 lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  
```

Az orgona jobb oldali részét rajzolja meg:

```

meghatározás: jobborgona n h
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj 10 lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  síp h 10
  ha n > 1 akkor
    jobborgona n - 1 h - 2 * 10
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj -10 lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  
```



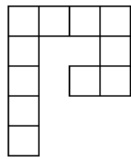
## Spirálok

A spirálok készítése a sokszögek rajzolásából indul ki – a spirál egy olyan sokszög, amelynek az oldalhossza oldalanként szabályosan változik (a programozó elképzelésétől függően nő vagy csökken).

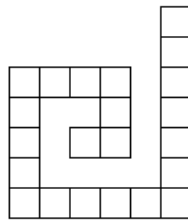
### Spirál négyzetekből

Spirált alakzatokból, például négyzetekből is készíthetünk. A spirálrajzolás szabálya ekkor az, hogy a spirál ágai mindig az előzőnél eggyel több négyzetből állnak, s az ágak végén 90 fokot kell fordulni.

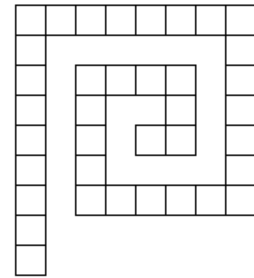
Készíts parancsot (spirál `db` `h`), amely `h` oldalhosszú négyzetekből `db` ágú spirált rajzol!



spirál 4 10

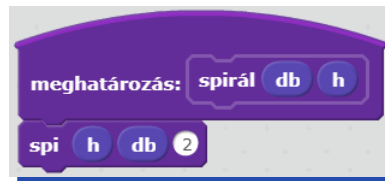


spirál 6 10



spirál 8 10

Mivel a spirál egyes ágaira rajzolandó négyzetek száma a spirál eredeti ágainak a számától függ, ezért érdemes egy belső parancsot írni, aminek még egy paraméter adunk – az adott ágra rajzolandó négyzetek számát.



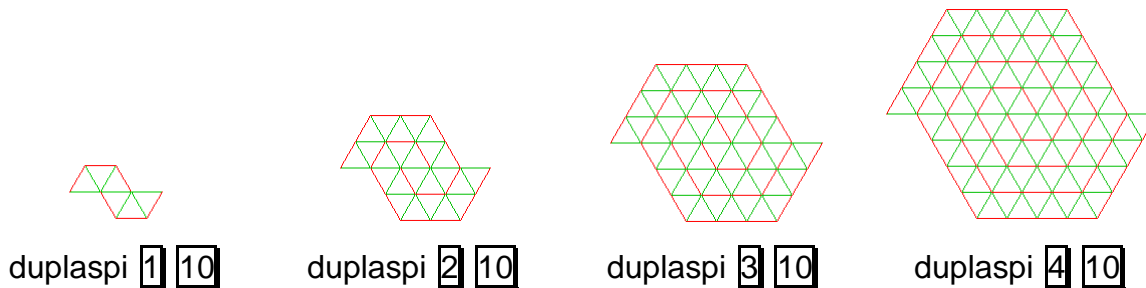
Az egyes spirálágaknál a legegyszerűbb megvalósítási mód, ha a forduláskor levő négyzetet mindkét ágra megrajzoljuk. Most célszerű a sorok közös részét – pl. az első sor 2, a második 3 négyzetből áll – kétszer megrajzolni, egyszerűbb lesz így a rekurzív parancs.



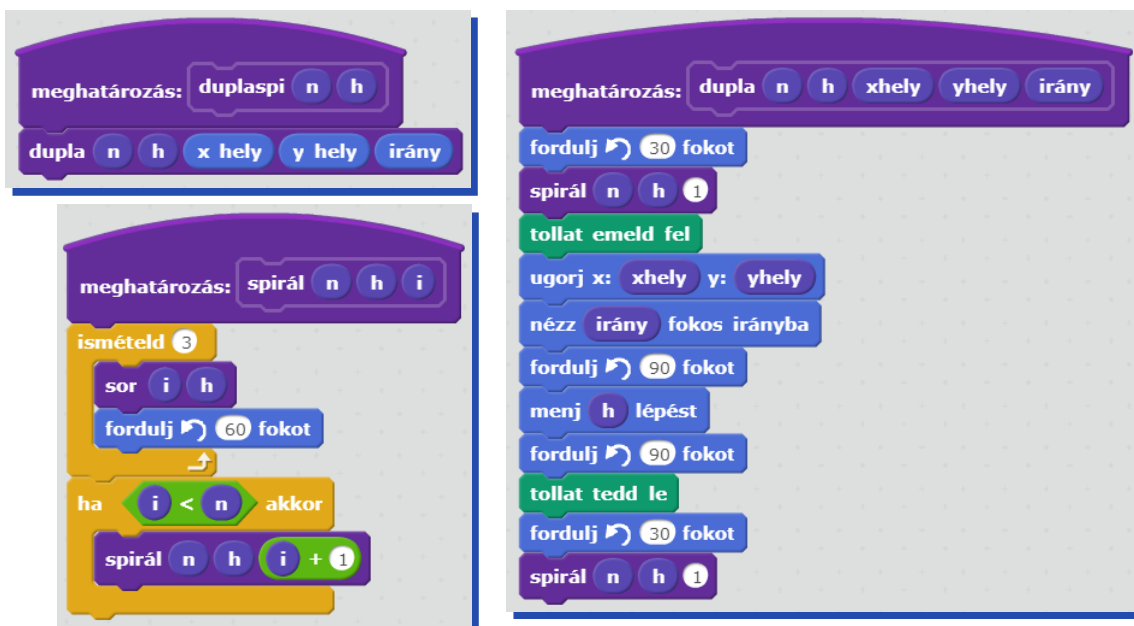
### Kettős spirál háromszögekből

Zöld egyenlő oldalú háromszögekből és piros vonalakkból kettős spirált építhetünk. A spirál egyes szakaszain egyre több, piros alapú zöld háromszöget kell rajzolni.

Készíts parancsot (duplaspi **n** **h**) a kettős spirál megrajzolására!



A kettős spirál két ága abban különbözik egymástól, hogy kicsit más helyen kezdődnek és ellentétes irányban indulnak. Készítsünk ezért egy belső **dupla** parancsot, amely paraméterül megkapja a szereplőnek a főparancs meghívásakor érvényes helyét és irányát, így miután kirajzolta az első ágot, könnyen vissza fog tudni térni az ág kezdőpontjába, ahonnan kicsit elmozdulva kirajzolhatja a második ágot is.





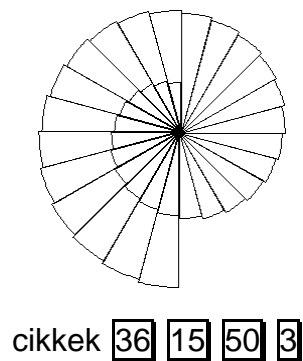
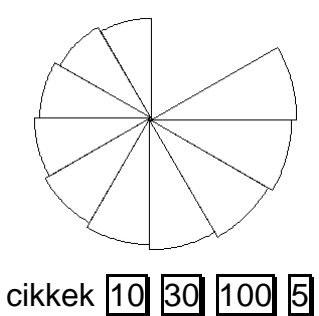
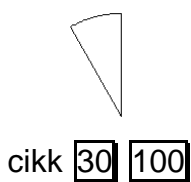
## Rekurzív forgatás, eltolás

A következőkben egy ábrát forgatunk (vagy eltolunk) és közben változtatjuk a méretét. Így különböző alakzatokhoz – pl. spirálokhoz – hasonló ábrákat is kaphatunk.

### Körcikkekből spirál

Készíts parancsot (cikk **szög** **sugár**), ami egy körcikket tud rajzolni, adott szög és sugár esetén!

Készíts parancsot (cikkek **db** **szög** **sugár** **növekmény**), amely az előbbit felhasználva az alábbi ábrákat képes rajzolni:



```

meghatározás: cikk sugár
menj sugár lépést
fordulj 90.5 fokot
ismételd szög
  menj 2 * sugár * 3.14159 / 360 lépést
  fordulj 1 fokot
fordulj 90 - 0.5 fokot
menj sugár lépést
fordulj szög + 180 fokot
    
```

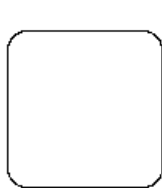
Itt a rekurzív hívásban a körcikk sugara növekszik.

```

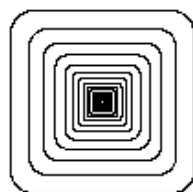
meghatározás: cikkek db szög sugár növ
cikk szög sugár
ha db > 1 akkor
  fordulj szög fokot
  cikkek db - 1 szög sugár + növ növ
  fordulj szög fokot
    
```

### Íves elemek

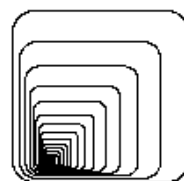
Készítsd el az íveselem `oldal` és az íves `oldal q bal le` parancsokat, az ábrának megfelelően! A `q` paraméter legyen a méretcsökkenés aránya, a `bal` és a `le` pedig a kétirányú eltolás aránya a következő íves elem rajzolásához!



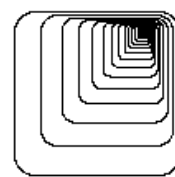
íveselem 100



íves 100 0.8 0 0



íves 100 0.8 0.8 0.8



íves 100 0.8 -0.8 -0.8

```

meghatározás: íves r q bal le
ha r > 1 akkor
  íveselem r bal le
  íves r * q q bal le
    
```

Az íves elem lekerekített sarkú négyzet, a kerekítés egy-egy negyedkör.

```

meghatározás: íveselem a bal le
tollat emeld fel
menj  $a / 2 * 1 + le$  lépést
fordulj 90 fokot
menj  $a / 8 * 3 * 1 + bal$  lépést
tollat tedd le
ismételd 4
  negyedkör  $a / 8$ 
  menj  $a / 8 * 6$  lépést
tollat emeld fel
menj  $-1 * a / 8 * 3 * 1 + bal$  lépést
fordulj 90 fokot
menj  $-1 * a / 2 * 1 + le$  lépést
tollat tedd le
  
```

```

meghatározás: negyedkör r
ismételd 90
  menj  $2 * r * 3.14159 / 360$  lépést
  fordulj 1 fokot
  
```



# Mozaik – rekurzívan

A **mozaik** olyan művészeti technika és annak eredménye, amelynél kicsiny méretű színes üveg-, kő- vagy kavicsdarabokból állítják össze a képet vagy mintázatot (néha más anyagokat is használnak). A mozaikdarabokat cementtel, gipsszel rögzítik, esetleg a még nedves vakolatba nyomják bele.<sup>5</sup>

A teknőcgrafikában olyan mozaikokkal foglalkozunk, amelyek valamely geometrikus mintákból adott szabályszerűséggel épülnek fel, töltenek ki szabályos alakú területet.

Egyszerű esetekben a megoldás két ciklus – ha minden lépésben ugyanazt az elemet kell kirajzolni.

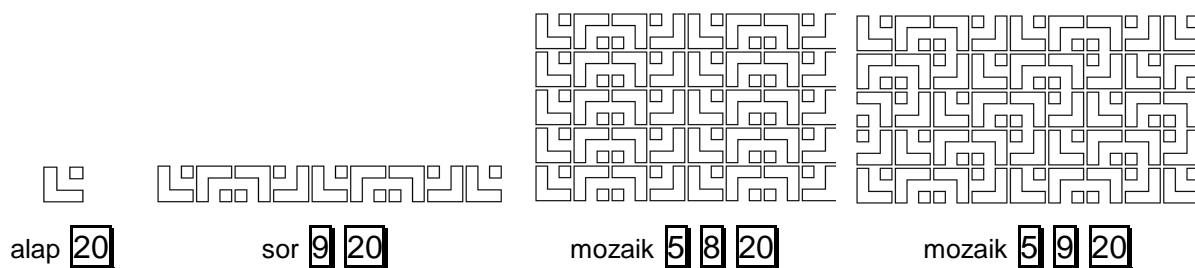
Előfordulhat azonban, hogy lépésenként (soronként, alapelemenként) más a tennivalónk. Ekkor nincs más – egyszerű – lehetőségünk, mint a rekurzív megoldás elkészítése.

## Forgatott elemek

Az egyik megvizsgálandó eset, amikor a mozaik többféle elemből áll, amit nem könnyű ciklikusan megvalósítani. Ennek a esete, amikor az egyes elemek egymás elforgatottjai.

Egy mozaik alapeleme az alábbi ábrán látható lemez, amit az `alap hossz` paranccsal rajzolhatunk meg. A `sor darab hossz` parancs egymás mellé tesz `darab` ilyen lemezt, a szomszédjukhoz képest 90 fokkal elforgatva. A `mozaik sordb oszlopdb hossz` parancs úgy tesz egymás alá `sordb` darab sort, hogy az új sorok elején levő lemez az előző sor végén levő után következő (azaz 90 fokkal elforgatott) legyen. Az egyes lemezek egymástól 3 egység távolságra vannak.

Készítsd el az `alap`, a `sor` és a `mozaik` parancsokat!



Itt ugyan négyféle elem van, de ezek az alapelem 0, 90, 180 és 270 fokos elforgatottjai. Rekurzív parancsot készítünk, amelynek egyik paramétere ez a 4 érték lesz, ciklikusan léptetve. Alapelem rajzolásból azonban elég egyet megírni, mert az elforgatások csak annyit jelentenek, hogy a négyzet más-más sarkából kell elindulni a rajzolással.

<sup>5</sup> A Wikipédiából, a szabad enciklopédiából

```

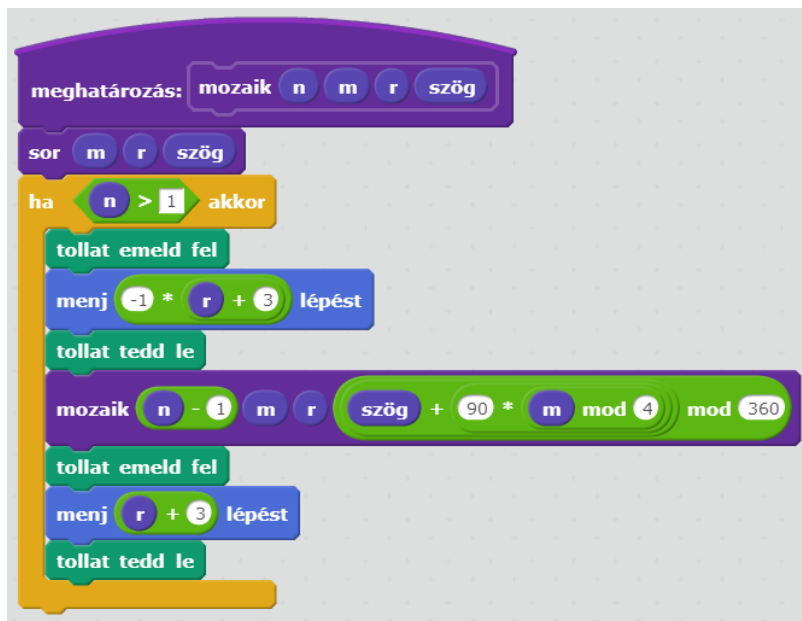
meghatározás: alap r
menj r lépést
fordulj 90 fokot
menj r / 3 lépést
fordulj 90 fokot
menj 2 * r / 3 lépést
fordulj 90 fokot
menj 2 * r / 3 lépést
fordulj 90 fokot
tollat emeld fel
menj r / 3 lépést
tollat tedd le
ismételd 4
  menj r / 3 lépést
  fordulj 90 fokot
tollat emeld fel
menj r / -3 lépést
tollat tedd le
fordulj 180 fokot
menj r / 3 lépést
fordulj 90 fokot
menj r lépést
fordulj 90 fokot
  
```

```

meghatározás: sor m r szög
forgat r szög
ha m > 1 akkor
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj r + 3 lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  sor m - 1 r szög + 90 mod 360
  tollat emeld fel
  fordulj 90 fokot
  menj -1 * r + 3 lépést
  fordulj 90 fokot
  tollat tedd le
  
```



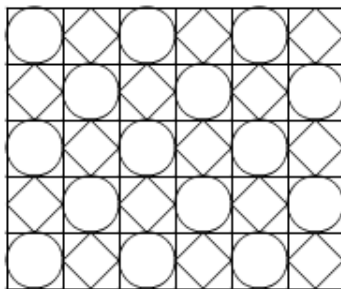
Ezt a mozaikot a változatosság kedvéért a felső sorral kezdjük és az alsóban fejezzük be.



## Mozaik többféle elemmel

Gyakoribb az az eset, amikor a mozaik kétféle, vagy többféle alapelemből áll, amiket külön-külön meg kell rajzolnunk.

Rajzolj mozaikot (mozaik **sor** **oszlop** **méret**), amely kétféle alapelemből áll az ábrának megfelelően. A **sor** a sorok, az **oszlop** az oszlopok számát, a **méret** pedig az alapelemek méretét jelöli.



mozaik **5** **6** **30**

Egy **sorszám** paramétert használunk arra, hogy kört vagy négyzetet tartalmazó alapelemet kell-e rajzolni.

A feladatkiírásban a **sorszám** paraméter nem szerepel, ezért egy ún. fedőparancsot készítünk (**mozaik2**), ami meghívja eggyel több paraméterrel a mozaikrajzolót. Ha a **sorszám** páratlan, akkor a kört tartalmazó alapelemet kell rajzolni, különben pedig a másikat.



```

meghatározás: sor db méret sorszám
ha db > 0 akkor
  ha sorszám mod 2 = 1 akkor
    alap1 méret
  különben
    alap2 méret
  eltolás méret
  sor db - 1 méret sorszám + 1
  eltolás -1 * méret

```

```

meghatározás: feltolás távolság
tollat emeld fel
menj távolság lépést
tollat tedd le

```

```

meghatározás: alap1 méret
négyzet méret
menj méret / 2 lépést
kör méret / 2
menj -1 * méret / 2 lépést

```

```

meghatározás: eltolás távolság
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj távolság lépést
fordulj 90 fokot
tollat tedd le

```

```

meghatározás: alap2 méret
négyzet méret
menj méret / 2 lépést
fordulj 45 fokot
négyzet méret * gyök 2 / 2
fordulj 45 fokot
menj -1 * méret / 2 lépést

```

```

meghatározás: négyzet méret
ismételd 4
  menj méret lépést
  fordulj 90 fokot

```

```

meghatározás: kör sugár
ismételd 360
  menj 2 * sugár * 3.14159 / 360 lépést
  fordulj 1 fokot

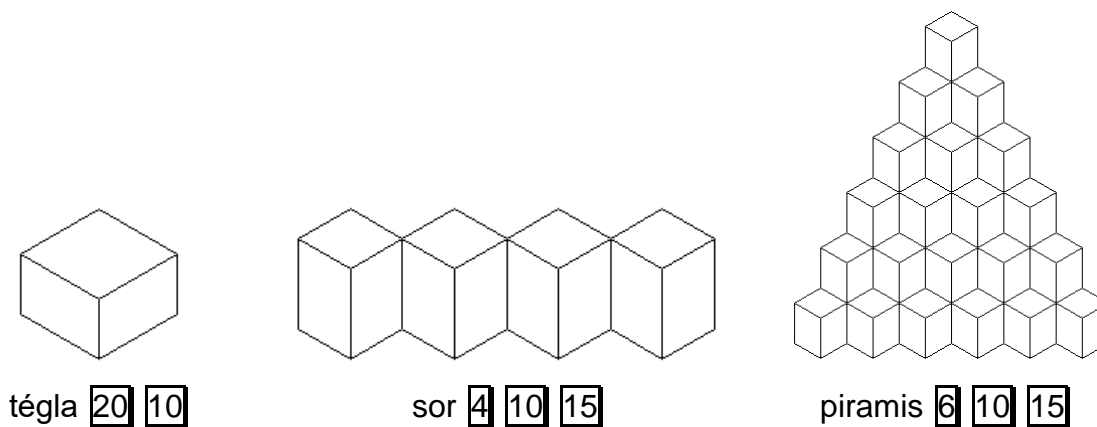
```

## Sorok hossza különböző

A következő feladatban az alapelemek egyformák a teljes mozaikban. Most az alapelemek soronkénti száma fog változni. Emiatt a sorok rajzolása történhet ciklussal, de a sorokat hívó mozaiknak rekurzívnak kell lenni.

### Piramis

Egy szabályos hatszög két párhuzamos oldalának hosszát megváltoztattuk, majd a belsejébe az ábrának megfelelően 3 vonalat húztunk (tégla  $a$   $b$ ). A téglákat egymás mellé tehetjük (sor  $db$   $a$   $b$ ), illetve piramist építhetünk belőle (piramis  $db$   $a$   $b$ ). A piramis sorokból áll, amelyek felfelé haladva egyre kevesebb téglából állnak.



A sor elejére kell visszatérni, amit az alaplap élei mentén teszünk meg.

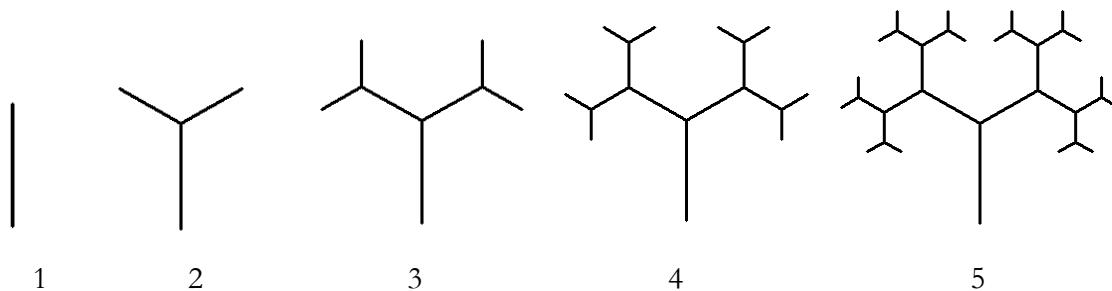
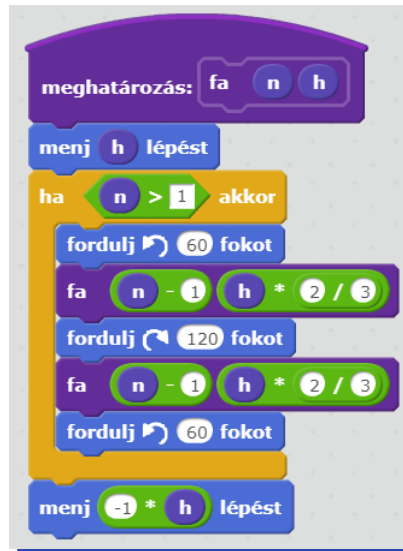


A sorok egyre rövidülnek, így ekkor rekurzióval érdemes dolgozni. A következő sor elejére az élek mentén jutunk.



# Variációk fa rajzolásra

Alapfeladat: Egy fa egy  $h$  hosszúságú törzsből áll, amelynek végén szimmetrikusan, egymással 120 fokos szöget bezárva egy-egy újabb fa nő ki. A fa gyökerétől az ágak végéig  $n$  lépést lehet megtenni, a törzsből kinövő újabb fák törzhossza az eredeti fa törzhosszának kétharmada.



Feladatsor az alapmegoldás programjából kiindulva:

- csak a paraméterek változnak (szögek, hosszak)
- hívások száma változik (ágszám nem 2)
- szinttől függő új tulajdonságok: vastagság, szín (utolsó ág más, folyamatos változás), ágszám

Feladatsor az alapmegoldás eredményéből kiindulva:

- nem növekvő, de sűrűsödő fák
- a törzs (vagy annak része) is fa, az ág egy része nem fa
- alapelem két oldalon rajzolva (pl. kaktusz, speciális törzsű fák)

Feladatsor két megoldás kombinálásával:

- kétféle fa hívja egymást (más ágszámú, más szögű, más ághosszú), bal- és jobboldali fa más
- az ágak bal- és jobboldalát külön rajzoljuk meg



Feladatsor külső hatásokkal befolyásolva:

- méret és irányfüggő változások, irányfüggő görbe vonalakkal, helyfüggő (pl. ne érjen a gyökere alá)
- a fa nem szimmetrikus (struktúrát leíró listával paraméterezett)
- véletlen fák (véletlen növekedés, véletlen ághossz, véletlen ...)

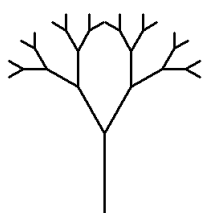
Feladatsor más alapelemekből:

- törzshossz helyett alapelem szám

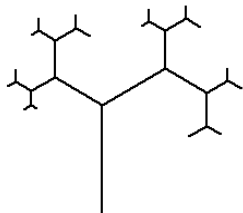
## 1. Feladatsor az alapmegoldás programjából kiindulva

A módszer lényege, hogy az alapfeladat megoldását sok kis lépésben módosítsuk úgy, hogy újabb feladatokat állítsunk elő belőle. Az előállított feladatok lehetnek az alapfeladathoz hasonló nehézségűek, de lehetnek más nehézségi csoportba tartozók is.

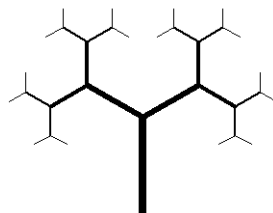
### Elemi feladatvariációk



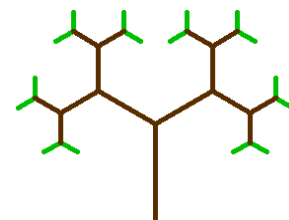
1. variáció



2. variáció



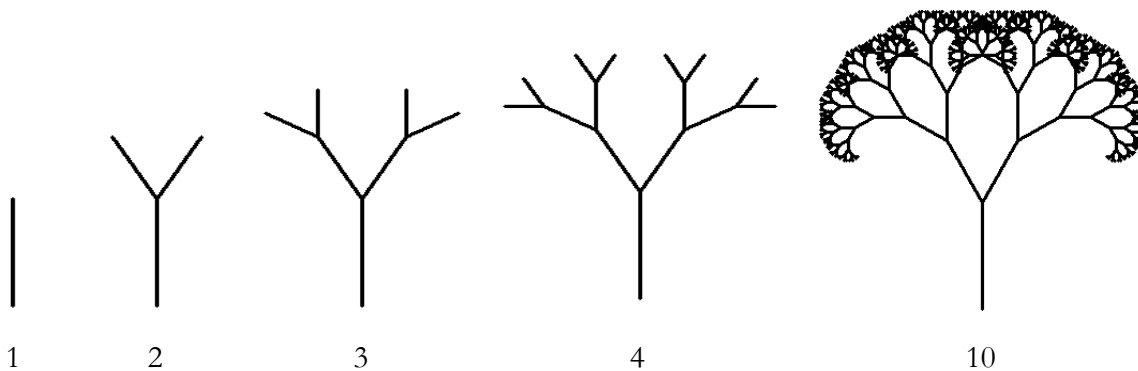
3. variáció



4. variáció

Nézzük meg, hogy a különböző képeknek milyen programváltozat felel meg (az alapváltozathoz képesti változások vastagon szedettek)!

1. variáció: Mások legyenek az ágak közötti szögek!

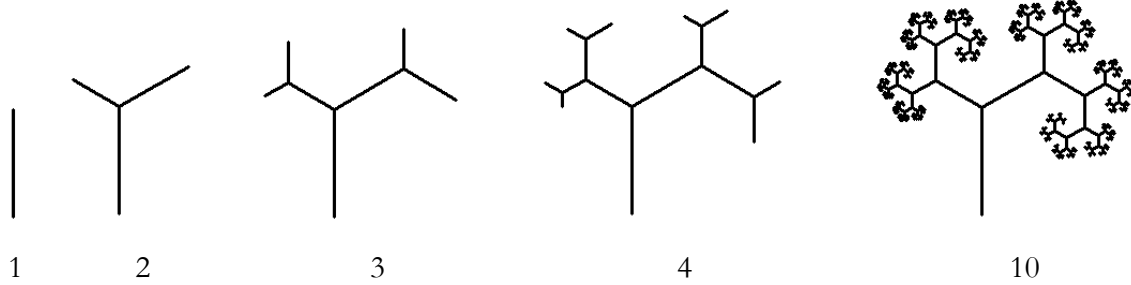


A megoldás a három elfordulás megváltoztatása.

```

meghatározás: fa1 n h
menj h lépést
ha n > 1 akkor
  fordulj 30 fokot
  fa1 n - 1 h * 2 / 3
  fordulj 60 fokot
  fa1 n - 1 h * 2 / 3
  fordulj 30 fokot
menj -1 * h lépést
    
```

2. variáció: Balra, illetve jobbra más arányúak legyenek a törzshosszak!

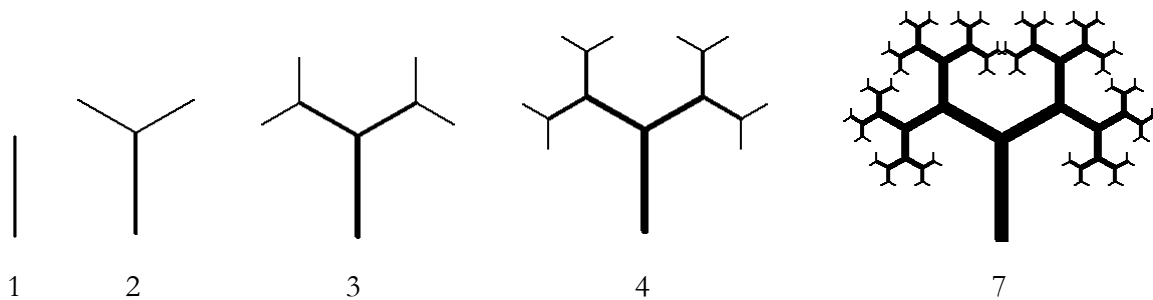


A megoldásban a két parancshívás paramétereit változtatjuk meg.

```

meghatározás: fa2 n h
menj h lépést
ha n > 1 akkor
  fordulj 60 fokot
  fa2 n - 1 h / 2
  fordulj 120 fokot
  fa2 n - 1 h * 2 / 3
  fordulj 60 fokot
menj -1 * h lépést
    
```

3. variáció: Az ágak vastagságát változtassuk meg!

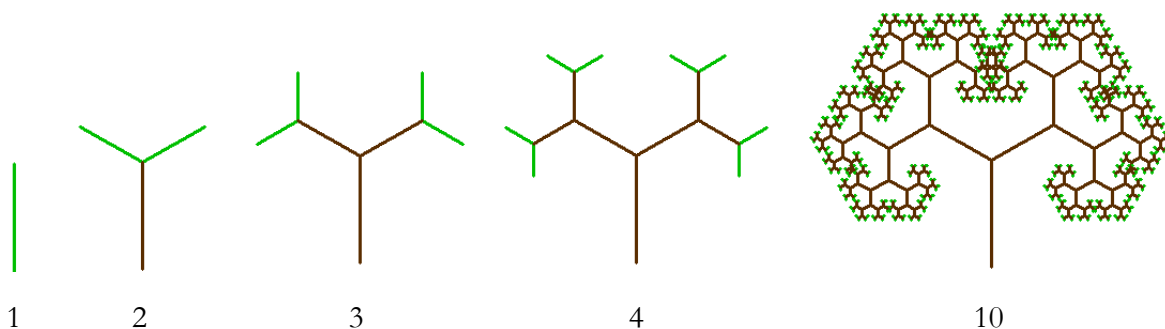


A törzsön előre haladva (és hátra is) változtassuk meg a tollvastagságot!

```

meghatározás: fa3 n h
tollméret legyen n * 2
menj h lépést
ha n > 1 akkor
  fordulj 60 fokot
  fa3 n - 1 h * 2 / 3
  fordulj 120 fokot
  fa3 n - 1 h * 2 / 3
  fordulj 60 fokot
tollméret legyen n * 2
menj -1 * h lépést
    
```

4. variáció: Az ágak színét változtassuk meg: az utolsó zöld, a többi barna színű legyen!



Ahogy az előző feladatban a tollvastagságot, most a tollszínt kell megváltoztatni.

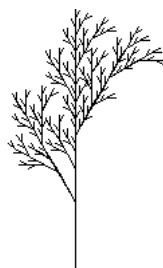


## 2. Feladatsor az alapmegoldás eredményéből kiindulva

A megoldás programja helyett kiindulhatunk a megoldás eredményéből, azaz most a képből is. Ez viszonylag ritkaság a programozás világában, akkor van rá lehetőség, ha az eredmény elég összetett (sokszor grafikus eredménynél lehet, bár ez nem feltétlenül szükséges). Mivel az eredmény itt maga a feladat, ezért ez a módszer abba a csoportba tartozik, amikor a feladatot módosítjuk.

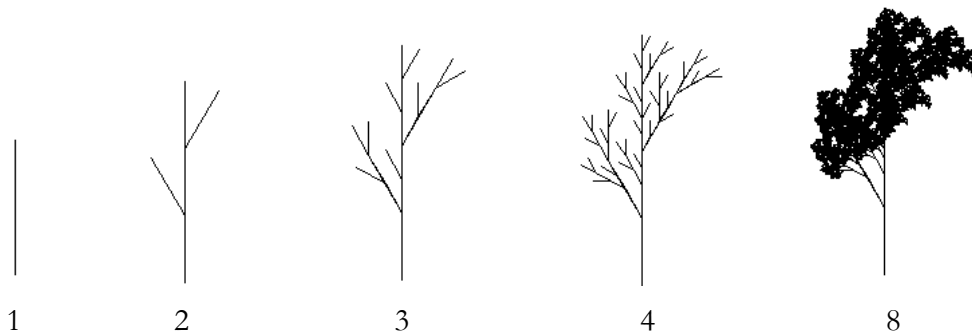
### Ágak a törzsből

Első próbálkozásként a törzsből is nőjenek ki valahol ágak!



5. variáció

5. variáció: A törzs egyik fele legyen állandó, a másik fele pedig ág! Az ága aljából balra, az ág végéből pedig felfelé, illetve jobbra is nő újabb ág.

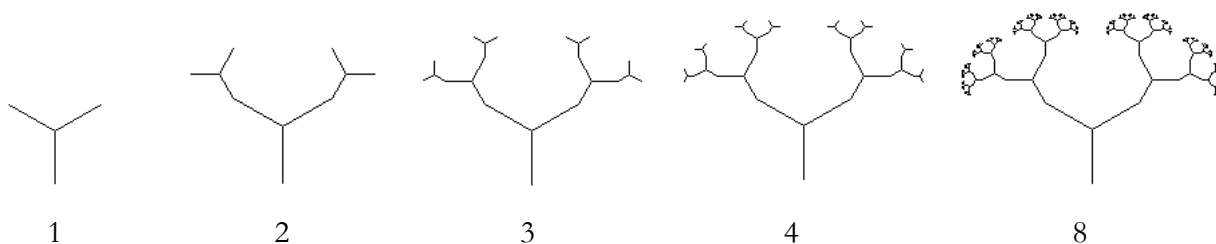


```

meghatározás: fa5 n h
ha n = 1 akkor
  menj h lépést
  menj -1 * h lépést
különben
  menj h / 2 lépést
  fordulj 30 fokot
  fa5 n - 1 h / 2
  fordulj 30 fokot
  fa5 n - 1 h / 2
  menj h / 2 lépést
  fordulj 30 fokot
  fa5 n - 1 h / 2
  fordulj 30 fokot
  fa5 n - 1 h / 2
  menj -1 * h lépést
  
```

**Az ágak egy része nem fa**

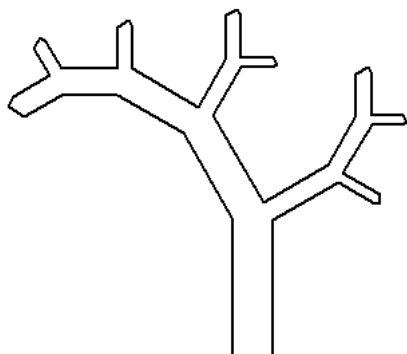
6. variáció: Olyan fa, ami nem törzsből és fákból, hanem kettéágazó törzsből és a végükön kinövő fákból áll:



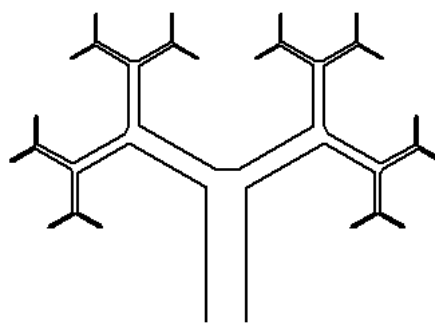
```

meghatározás: fa6 n h
menj h lépést
fordulj 60 fokot
menj h lépést
ha n > 1 akkor
  fordulj 30 fokot
  fa6 n - 1 h / 2
  fordulj 30 fokot
menj -1 * h lépést
fordulj 120 fokot
menj h lépést
ha n > 1 akkor
  fordulj 30 fokot
  fa6 n - 1 h / 2
  fordulj 30 fokot
menj -1 * h lépést
fordulj 60 fokot
menj -1 * h lépést
    
```

Ágak oldalai külön rajzolva

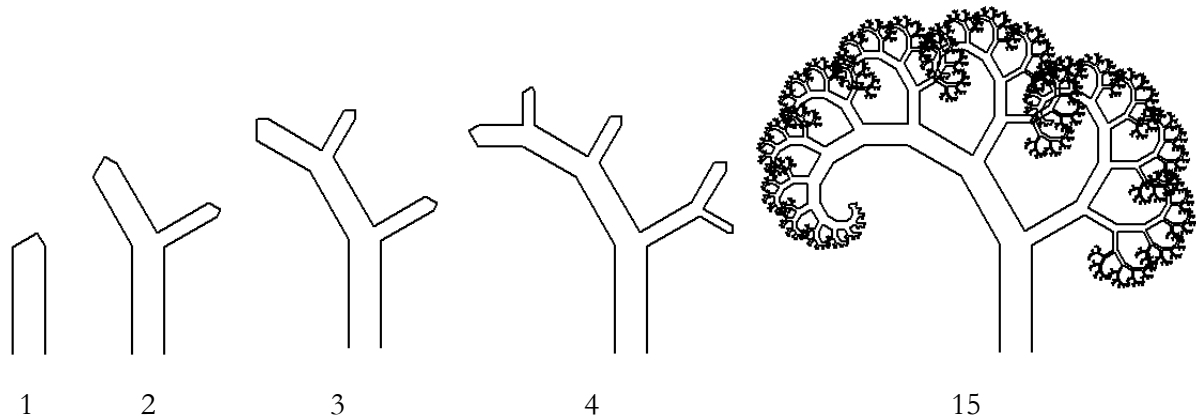


7. variáció



8. variáció

7. variáció: A fa törzse  $\square$  szélességű téglalap. A baloldali ág ehhez 30, a jobboldali ág pedig 60 fokos szögben csatlakozik.

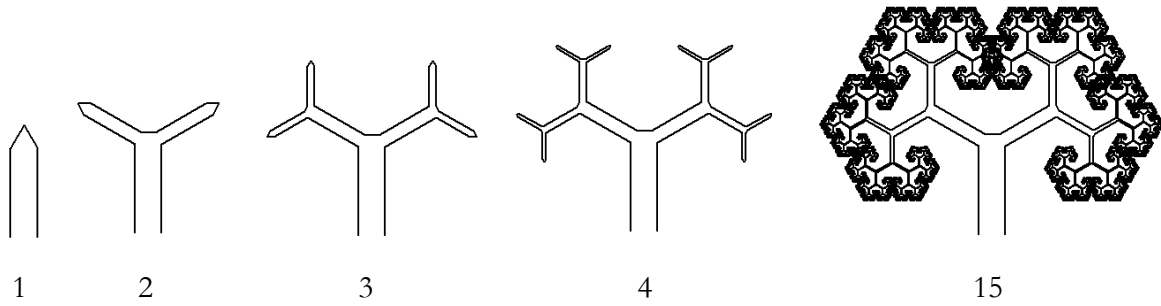


A két szélesebb törzsű fa közös jellemzője az, hogy nem ugyanazon a vonalon jövünk vissza az ágak megrajzolása után, mint amin az ágak rajzolása előtt haladtunk. Ezeknél a fáknál emiatt új paraméterként jelenik meg a fa vastagsága is. A baloldali ág 1, a jobboldali pedig 2 szinttel kisebb a fa szintjénél, de most a 0. és az 1. szintű fa is egy ágból áll.

```

meghatározás: fa7 n h v
menj h lépést
ha nem n > 1 akkor
  fordulj 60 fokot
  menj v * cos 30 lépést
  fordulj 90 fokot
  menj v * sin 30 lépést
  fordulj 30 fokot
ha n > 1 akkor
  fordulj 30 fokot
  fa7 n - 1 h * 3 / 4 v * cos 30
  fordulj 90 fokot
  fa7 n - 2 h * 3 / 4 * 3 / 4 v * sin 30
  fordulj 60 fokot
menj h lépést
    
```

8. variáció: A fa törzse  $\square$  szélességű téglalap. A törzshöz mindkét ág 60 fokos szögben csatlakozik.



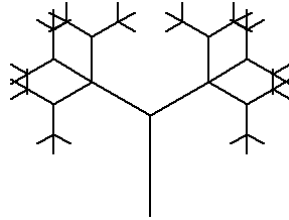
```

meghatározás: fa8 n h v
menj h lépést
ha nem n > 1 akkor
  fordulj 30 fokot
  menj v lépést
  fordulj 120 fokot
  menj v lépést
  fordulj 30 fokot
ha n > 1 akkor
  fordulj 60 fokot
  fa8 n - 1 h * 2 / 3 v / 2
  fordulj 30 fokot
  menj v / 2 lépést
  fordulj 30 fokot
  fa8 n - 1 h * 2 / 3 v / 2
  fordulj 60 fokot
menj h lépést
    
```



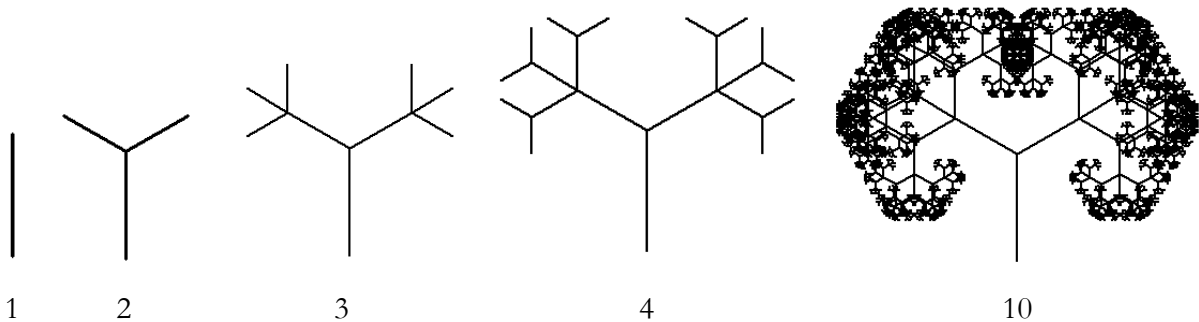
### 3. Feladatsor két megoldás kombinálásával

Rekurziót alkalmazó megoldásoknál lehetőségünk van a közvetett rekurzióra. Sok esetben olyan fát kell rajzolni, amelyik szintenként valamilyen más jellemzővel rendelkezik. Ilyenkor kettő vagy több farajzoló parancsot készítünk, amelyek egymást hívják.

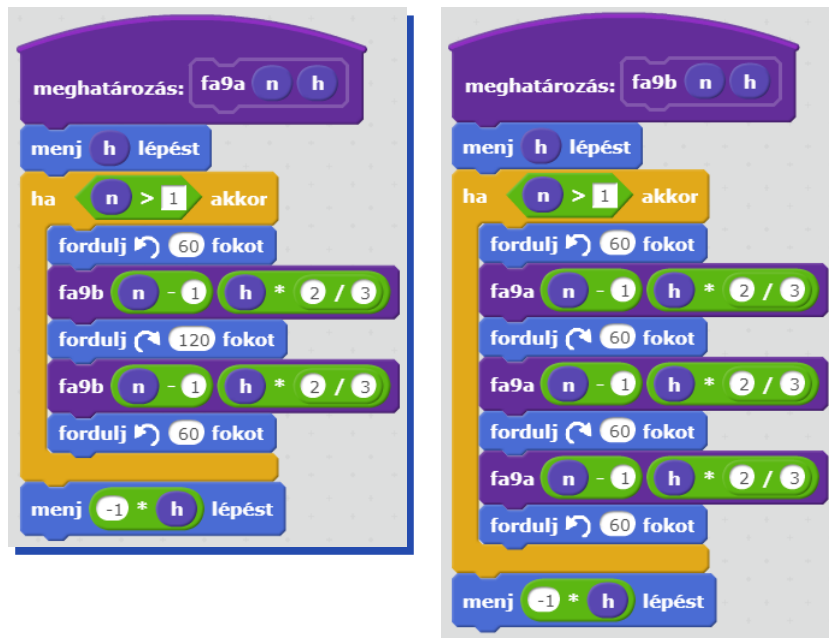


9. variáció

9. variáció: a fán felváltva 2-, illetve 3-ágú elágazások legyenek!



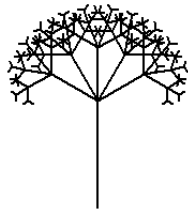
Két parancsot készítünk. A kétágú fa háromágú fát hív, a háromágú fa pedig kétágút.



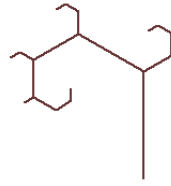
## 4. Feladatsor külső hatásokkal befolyásolva

### Paraméterfüggő rajzok

A következő variációkban a hatás a paraméterek értékétől (évtől vagy hosszól) függ.



10. variáció

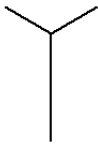


11. variáció

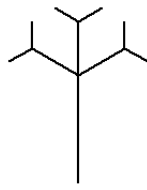
10. variáció: legyen szintenként különböző számú ág!



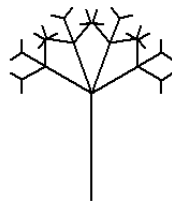
1



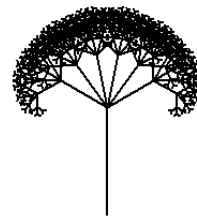
2



3



4

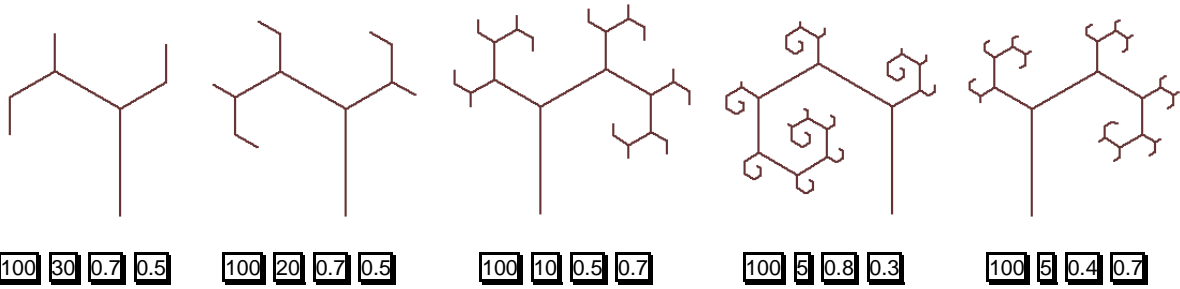


6

```

meghatározás: fa10 n h
menj h lépést
ha n > 1 akkor
  fordulj 60 fokot
  ismételd n - 1
    fa10 n - 1 h / 2
    fordulj 120 / n - 1 fokot
  fa10 n - 1 h / 2
  fordulj 60 fokot
menj -1 * h lépést
    
```

11. variáció: Legyen  $h$  a törzs hossza, minden ág végén balra  $b \cdot h$  hosszúságú, jobbra  $j \cdot h$  hosszúságú ág nő ki, de csak akkor, ha a hossza legalább  $k$

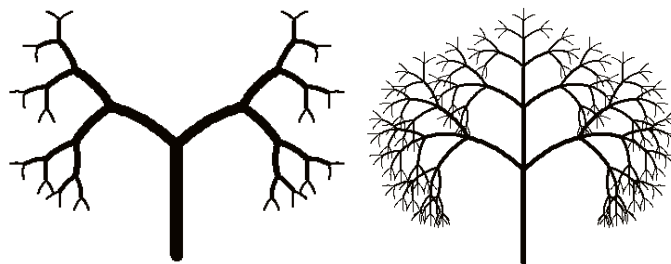


```

meghatározás: fa11 h k b j
ha nem h < k akkor
  menj h lépést
  fordulj 60 fokot
  fa11 h * b k b j
  fordulj 120 fokot
  fa11 h * j k b j
  fordulj 60 fokot
  menj -1 * h lépést
    
```

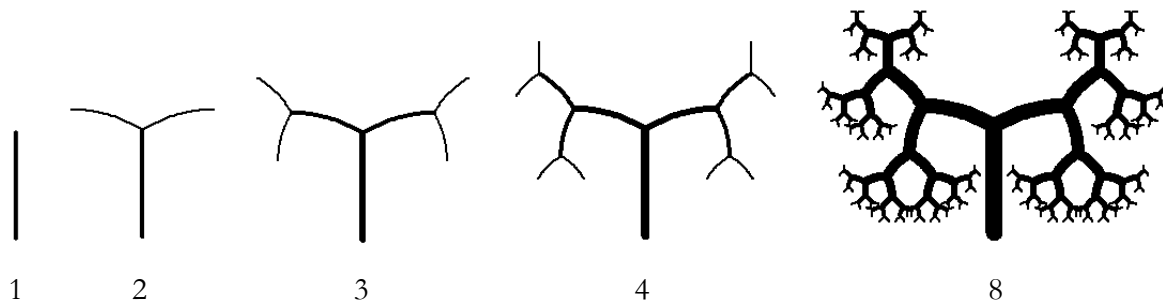
### Írányfüggő rajz

Ebben a variációban a szereplő aktuális irányától függ a fa alakulása.



12. variáció 2, illetve 3 ággal

12. variáció: A fa függőlegestől balra hajló ágai közepükön balra, a jobbra hajlók jobbra forduló 30 fokos körívek legyenek!



```

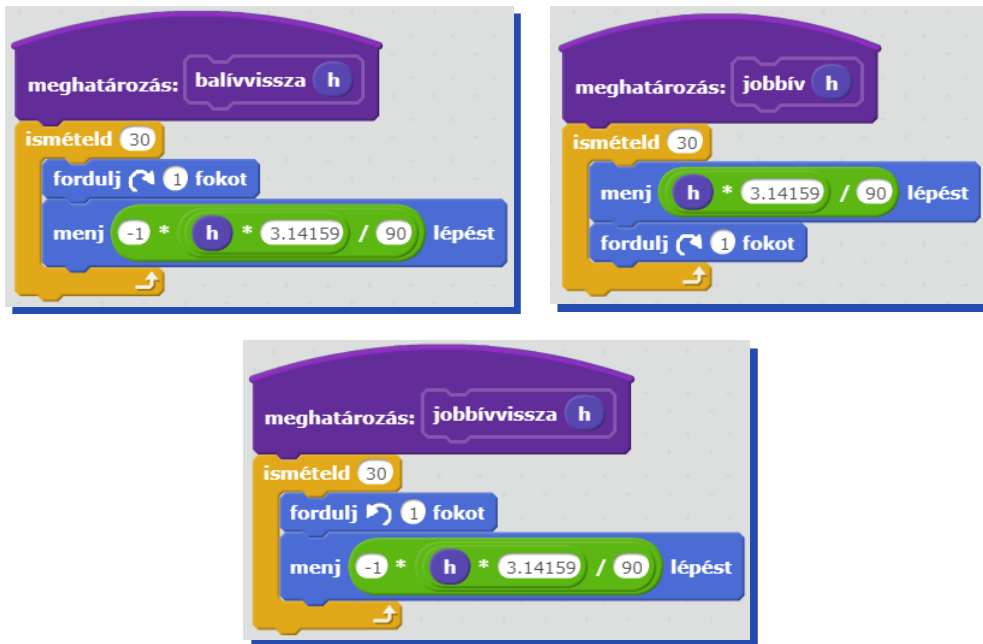
meghatározás: fa12 n h
  tolméret legyen n * 2
  ha irány = 0 vagy irány = 180 akkor
    menj h lépést
    fa12a n h
    menj -1 * h lépést
  különben
    ha 0 < irány és irány < 180 akkor
      jobbív h
      fa12a n h
      jobbív vissza h
    különben
      balív h
      fa12a n h
      balív vissza h
  tolméret legyen n * 2
  
```

```

meghatározás: fa12a n h
  ha n > 1 akkor
    fordulj 60 fokot
    fa12 n - 1 h * 2 / 3
    fordulj 120 fokot
    fa12 n - 1 h * 2 / 3
    fordulj 60 fokot
  
```

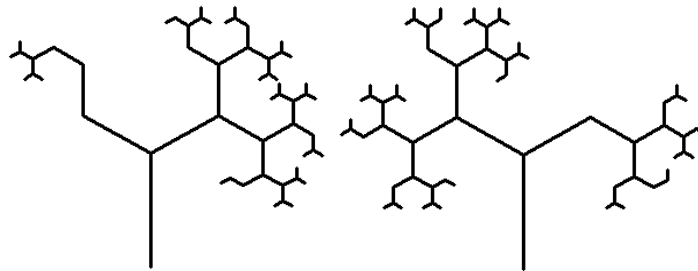
```

meghatározás: balív h
  ismételd 30
    menj h * 3.14159 / 90 lépést
    fordulj 1 fokot
  
```



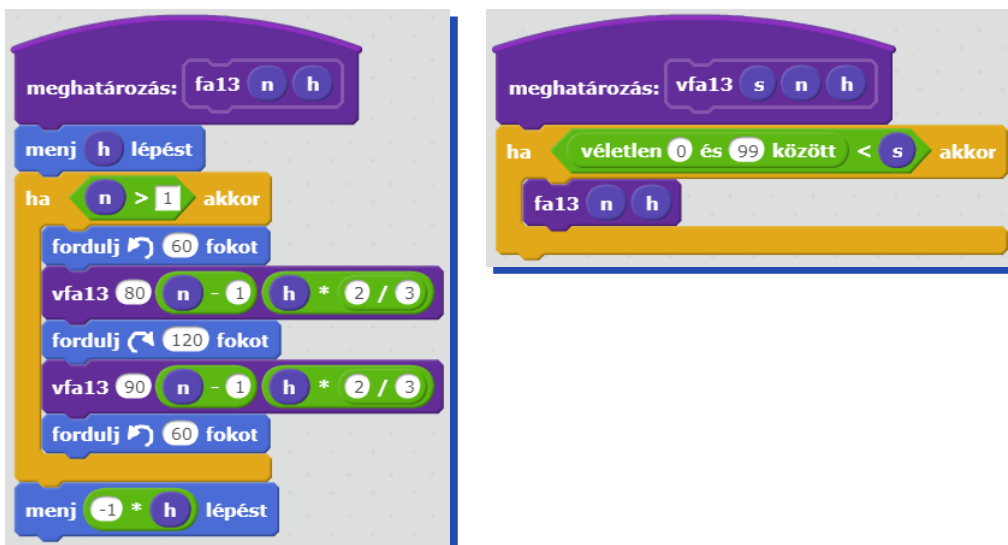
### Véletlenszerű fa

A fák valamilyen szempontból véletlenszerűen is növekedhetnek.



13. variáció

13. variáció: Véletlentől függ, hogy balra, illetve jobbra nő-e ág.



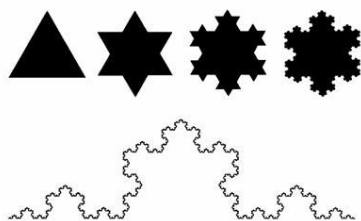
# Fraktálok

A fraktálok végtelenül komplex geometriai alakzatok, amelyek határoló vonalai vagy felületei végtelenül „gyűrötttek” vagy „érdesek”, illetve „szakadásosak” (szakkifejezéssel, nem differenciálhatóak)”. A fraktálokat ezzel szemben bármilyen nagy nagyításban is vizsgálva, mindig találunk „gyűrődést” vagy „szakadást”, matematikai szemszögből, olyan részeket, melyeknek nem állandó, vagy nem is létezik a differenciálhányadosa. Ezek ráadásul sok esetben (a matematikai szigorúságnál jóval megengedőbb értelemben) „hasonlítanak” a teljes alakzatra vagy valamelyik kisebb nagyításban látható részletre (önhasonlóság). Éppen emiatt az olyan geometriai jellemzőik, mint a kerület, terület, térfogat, ívhossz, felszín, sőt: a térdimenzió, elfajult (végtelen vagy nulla) értékeket adnak, és általában is, a térszemlélettel ellentétesen, meglepő és paradox módon viselkednek. Innen nyerték nevüket is: a latin fractus melléknév, a frangere, „törni” ige származéka, ugyanis elsősorban töröttet, darabosat (vö. „mindenütt tüskéesség” vagy „mindenütt szakadásosság”), másodsorban szabálytalant, kivételest jelent. Benoit B. Mandelbrot, a fogalom névadója ebből a latin szóból alkotta meg a fraktál kifejezést. (Wikipedia)

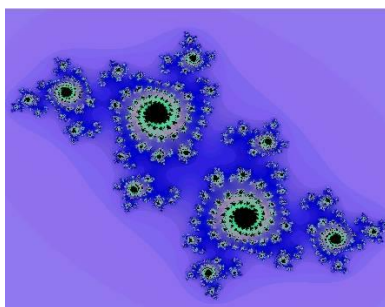
Hol találkozhatunk fraktálokkal? Fraktálokat használnak például a topológiában, a metrikában, a káoszelmélettel kapcsolatos kutatásokban, de a természetben is fellelhetőek például az emberi véreerek hálózatában, a részecskék hőmozgásánál, egy partvonal tagolódásában, a felhők alakjában, egy karfiol alakjában vagy akár az értéktőzsdék áringadozásainál. Felhasználásukkal a médiában mesterséges tájakat, hegyeket, fákat is létre lehet hozni. Olyan népszerűvé váltak az utóbbi évtizedekben, hogy sokan akár hobbiból is készítenek fraktálképeket. De hogyan is készül egy-egy fraktálkép?

Fraktálkészítéshez minden esetben egy-egy rekurzív függvényre lesz szükségünk. Gyakran iterált függvényeket használunk, amelyekkel szigorúan önhasonló fraktálok hozhatók létre, mint amilyen például a Koch fraktál. Komplex függvények korlátosságának vizsgálatával bonyolultabb, összetettebb fraktálalakzatok állíthatók elő, ilyen például a Mandelbrot halmaz. További olvasnivalót lehet találni a <http://fraktal.lap.hu> címen.

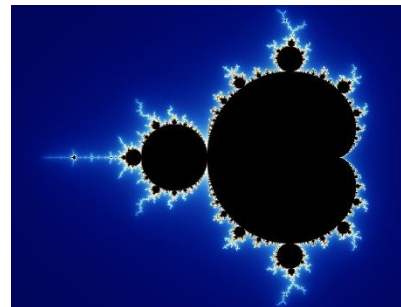
Nézzünk néhány szép fraktál alakzatot (a képek a wikipédiából származnak)!



Koch fraktál

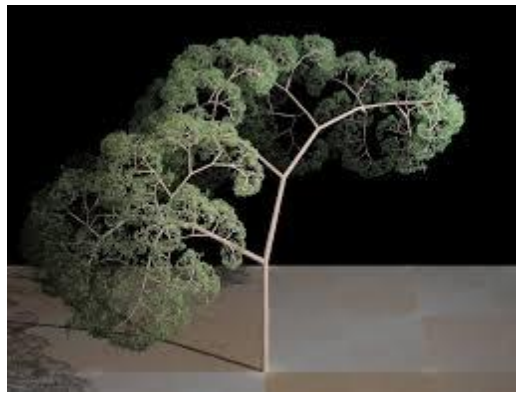


Júlia halmaz



Mandelbrot halmaz

A természetben is előfordulnak fraktálalakzatok:



Azokkal az alkalmazásokkal, amelyekkel grafika készíthető, általában fraktálrajz is előállítható. A teknőcgrafikában is van erre mód! A következőkben megnézzük, hogyan állítható elő néhány érdekes fraktálalakzat. Példáinkban a korlátos, komplex függvényekkel nem foglalkozunk, a kevésbé számolásigényes feladatokra koncentrálnak.

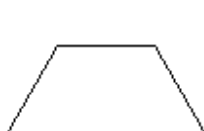
### Szakasz helyettesítése egy törött vonallal

Önhasonló alakzatokat készíthetünk úgy, hogy egy alakzat szakaszait helyettesítjük egy töröttvonalal.

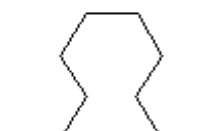
#### Sierpinski nyílhegy görbéje

Sierpinski nyílhegy görbéje úgy keletkezik, hogy egy adott hosszúságú szakaszt helyettesítünk három feleakkora hosszúságúval, az ábrának megfelelően. A második görbénél ugyanezt a módszert alkalmazzuk az első görbe szakaszaira, a harmadiknál pedig a második szakaszaira.

Készíts parancsot (nyíl  $n$   $h$ ) a  $h$  hosszúságú szakaszból kiinduló  $n$ -edik nyílhegygörbe rajzolására!



nyíl 2 100



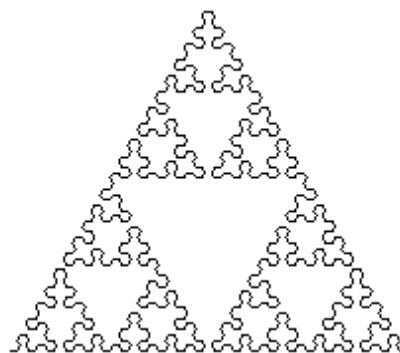
nyíl 3 100



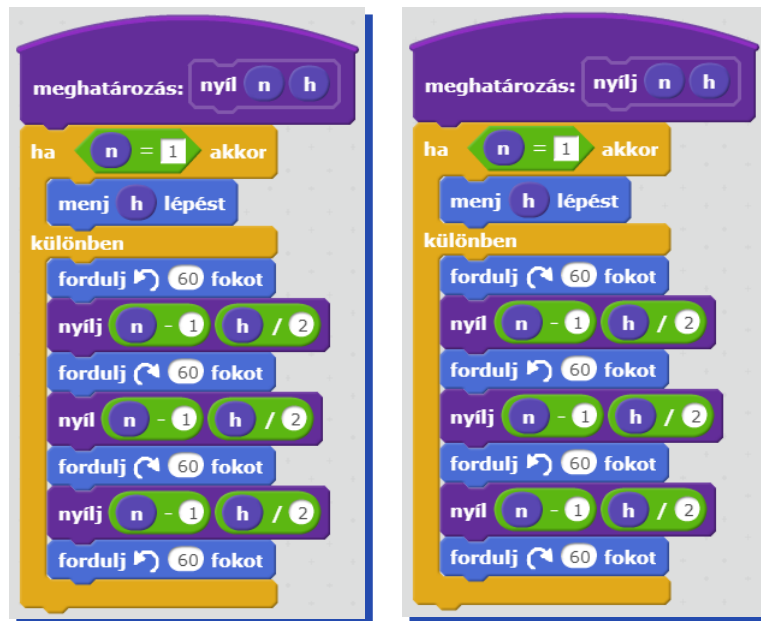
nyíl 4 100




nyíl 5 100

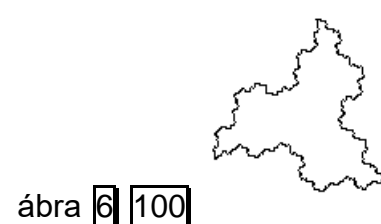
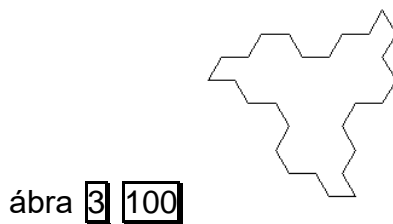
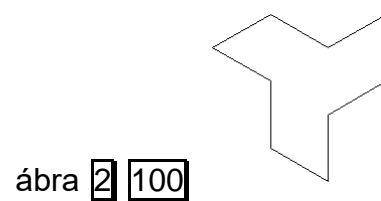
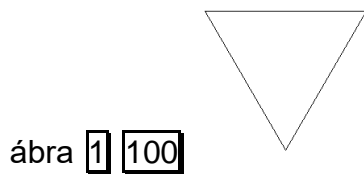


nyíl 7 100



**Kiindulás nem egyetlen szakaszból, hanem egy háromszög oldalairól**

Készítsd el az alábbi rekurzív sorozatot rajzoló parancsot (ábra  )! Indulj ki egy egyenlő oldalú háromszögből, minden oldalát helyettesítsd az itt látható töröttvonallal: , melynek szakaszai hossza az oldalhossz fele! Az ábra következő szintjén minden egyes vonalat helyettesítsd újra ezzel a törött vonallal, és így tovább!



Az **ábra** illeszti a fraktált a háromszög oldalaira.





Az **alap** parancs feladata, hogy egy adott szakaszt helyettesítsen egy eggyel kisebb sorszámú fraktál alakkal (töröttvonalal)



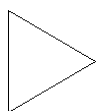
### Háromszögek felhasználása fraktál alakzatok készítésénél

Háromszögekből érdekes rekurzív ábrákat állíthatunk össze.

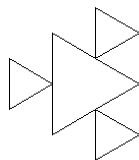
**Az oldalak közepén újabb háromszögek nőnek ki.**

Az előállítás elve legyen az, hogy minden háromszögoldal közepén egy újabb háromszög jelenjen meg.

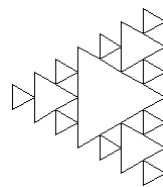
Készíts parancsot (**hszög h n**), amely egy **h** oldalhosszúságú háromszögből kiindulva **n**-szer alkalmazza az oldalakra újabb ábrák elhelyezését!



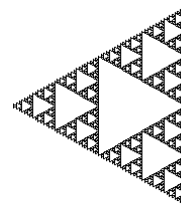
hszög 50 0



hszög 50 1



hszög 50 2



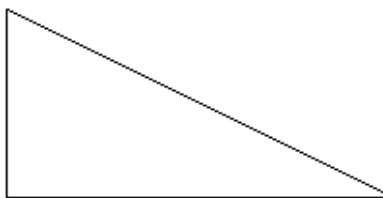
hszög 50 5



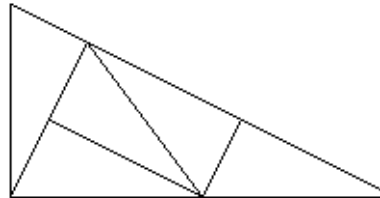
### Hasonló háromszögre darabolt háromszög(ek)

Egy csempe (szélkerék csempe) kiindulópontja egy derékszögű háromszög, melynek egyik befogója hossza a másik befogó kétszerese. A háromszöget 5 hozzá hasonló kisebb háromszögre oszthatjuk. A felosztást a középső háromszög kivételével a maradék négy háromszögre újra és újra elvégezzük, majd a végén két ilyen sokszorosán felosztott háromszöget egymás mellé helyezve kapjuk meg egy csempe mintázatát.

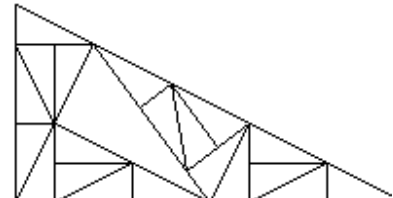
Készíts parancsokat a háromszögek (háromszög  $n$   $h$ ) és a csempe (csempe  $n$   $h$ ), ahol  $n$  a felosztások száma,  $h$  pedig a kiinduló háromszög rövidebb befogójának hossza!



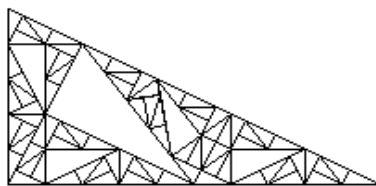
háromszög 0 100



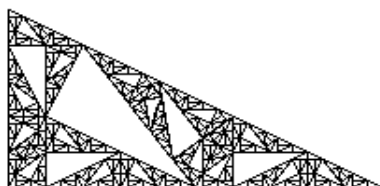
háromszög 1 100



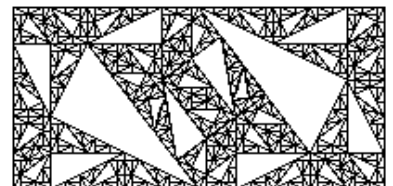
háromszög 2 100



háromszög 3 100

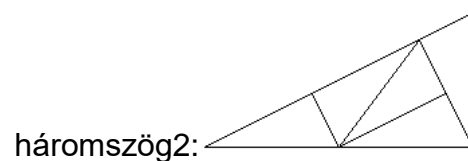
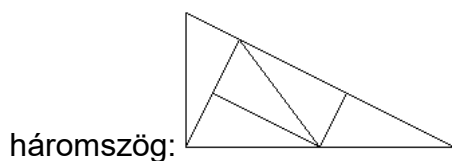


háromszög 4 100



csempe 4 100

Érdeemes felismerni, hogy kétféle háromszögünk van – egymás tükörképei, s mindegyik egyet tartalmaz saját magából és hármat a másiktól:



Az első ábrát megfigyelve gyorsan látható, hogy a háromszög rövidebb befogójával szemközi szöghöz tartozó tangens érték  $\frac{1}{2}$ , így ebből a szög könnyen kiszámolható az **arctg** függvény segítségével.



A tükörkép háromszögben a fordulások iránya az ellentettje az eredetinek!



A csempe:

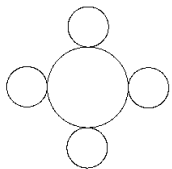


## Fraktálok körökből építve

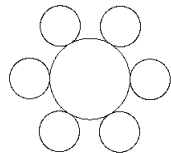
### Körvonalon elhelyezkedő újabb körök

Körökből úgy állítunk elő rekurzív ábrát, hogy a körvonal mentén  $db$  darab újabb ábrát helyezünk el fele akkora méretben, ezekre újabb ábrákat illesztünk, és így tovább, mindezt  $n$ -szer ismételve.

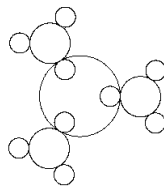
Készíts parancsot (kép  $r$   $n$   $db$ ), amely egy  $r$  sugarú körből kiindulva végzi el ezt!



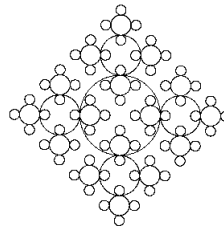
kép  $50$   $1$   $4$



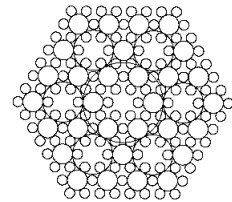
kép  $50$   $1$   $6$



kép  $50$   $2$   $3$



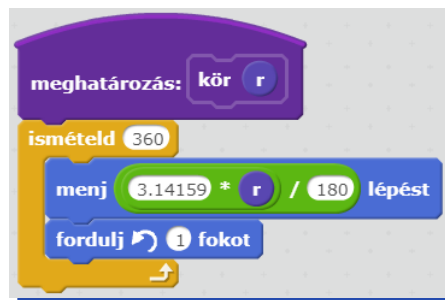
kép  $50$   $3$   $4$



kép  $50$   $3$   $6$

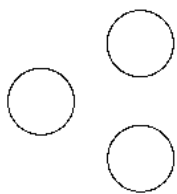


Kör rajzolása  $r$  sugárral:

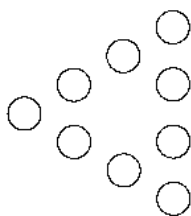


### Nem minden fraktálszint látszódik

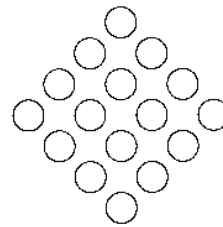
Az erdei gombák gyakran ún. boszorkánykörök mentén találhatók. Készítsd el a gomba **év db**  $r$  parancsot! Az első évben egyetlen gomba nő. A következő évben **db** darab gomba fejlődik egy  $r$  sugarú kör vonala mentén szabályos eloszlásban. A következő években mindig az előző gombák körüli kör mentén lesznek gombák. A körök sugara és a gombák mérete mindig az előző évi sugár felére csökkenjen!



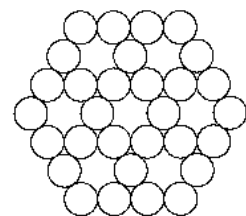
gomba **2 3 50**



gomba **3 3 50**



gomba **3 4 50**



gomba **3 6 50**

```

meghatározás: gomba év db r
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj r lépést
fordulj 90 fokot
ha év = 1 akkor
  tollat tedd le
  körív r 360
  tollat emeld fel
különben
  ismételd db
  gomba év - 1 db r / 2
  tollat emeld fel
  körív r 360 / db
tollat emeld fel
fordulj 90 fokot
menj -1 * r lépést
fordulj 90 fokot
tollat tedd le

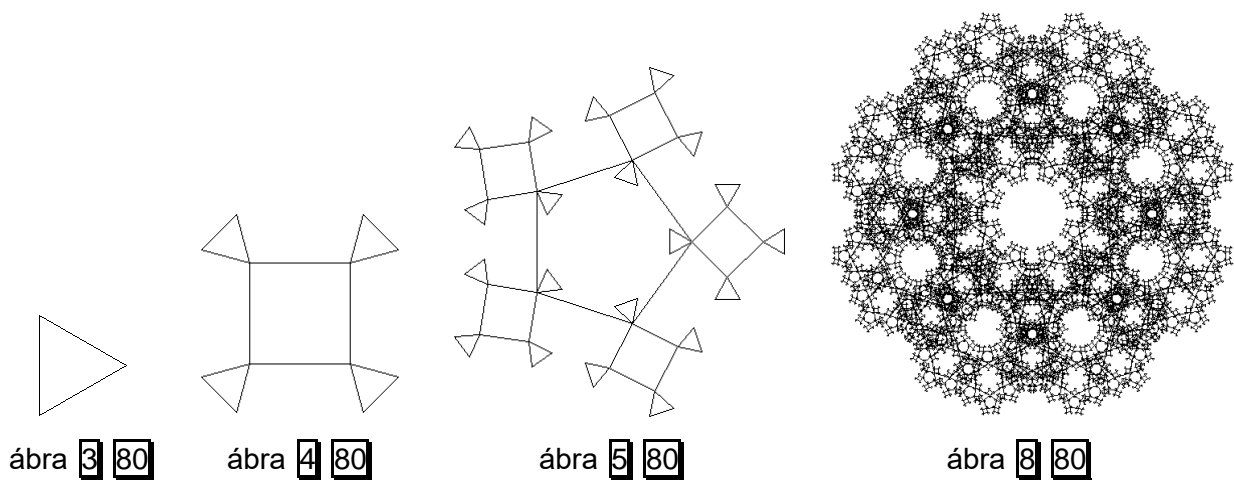
meghatározás: körív r fok
ismételd fok
menj r * 3.14159 / 180 lépést
fordulj 1 fokot

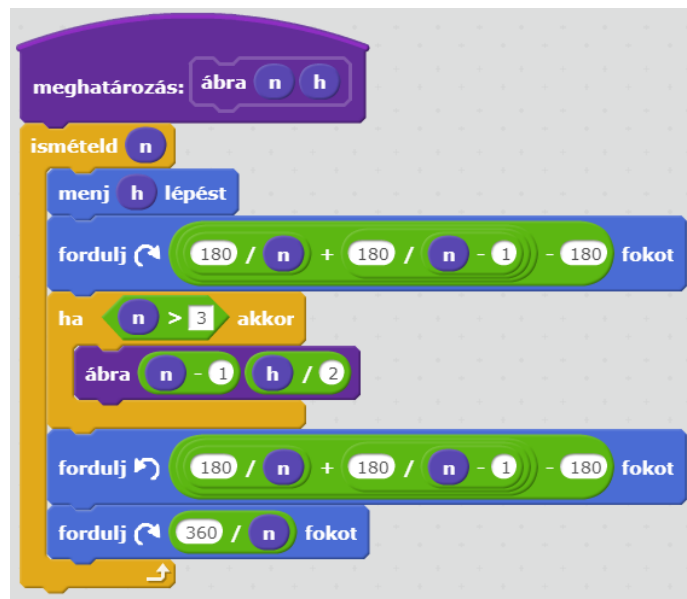
```

### Fraktálkészítés többféle sokszög felhasználásával

#### A sokszög sarkaiban kifelé rajzolva újabb sokszögek

Készítsd el a következő rekurzív ábra rajzolóprogramját (ábra  $n$   $h$ ), ahol  $n$  oldalú szabályos sokszöget rajzolunk, majd a sarkain egyre kisebb oldalszámúakat, feleakkora oldalhosszal!



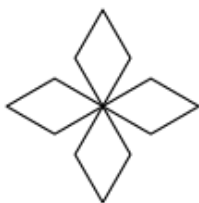


## Vezérlő paranccsal készülő fraktálok

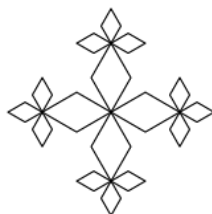
### Jégvirág

Egy jégvirág a következőképpen növekszik. Az első időegységben négy rombusz alakú levélből áll. A következő időegységben a rombuszok külső csúcsából kinő három-három újabb rombusz alakú levél, egymással és a nagyobb rombuszsal 90 fokos szöget bezárva. A következő időegységben ezek külső csúcsából újra két levél nő ki, ... és így tovább.

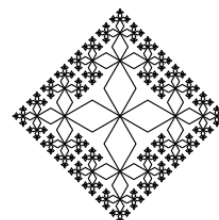
Készíts parancsot (jégvirág **idő** **hossz**), amely kirajzolja a növény **idő** időegységbeli állapotát! A rombusz oldalhossza legyen **hossz**, belső szögei pedig 60, illetve 120 fokosak!



jégvirág **1** **30**



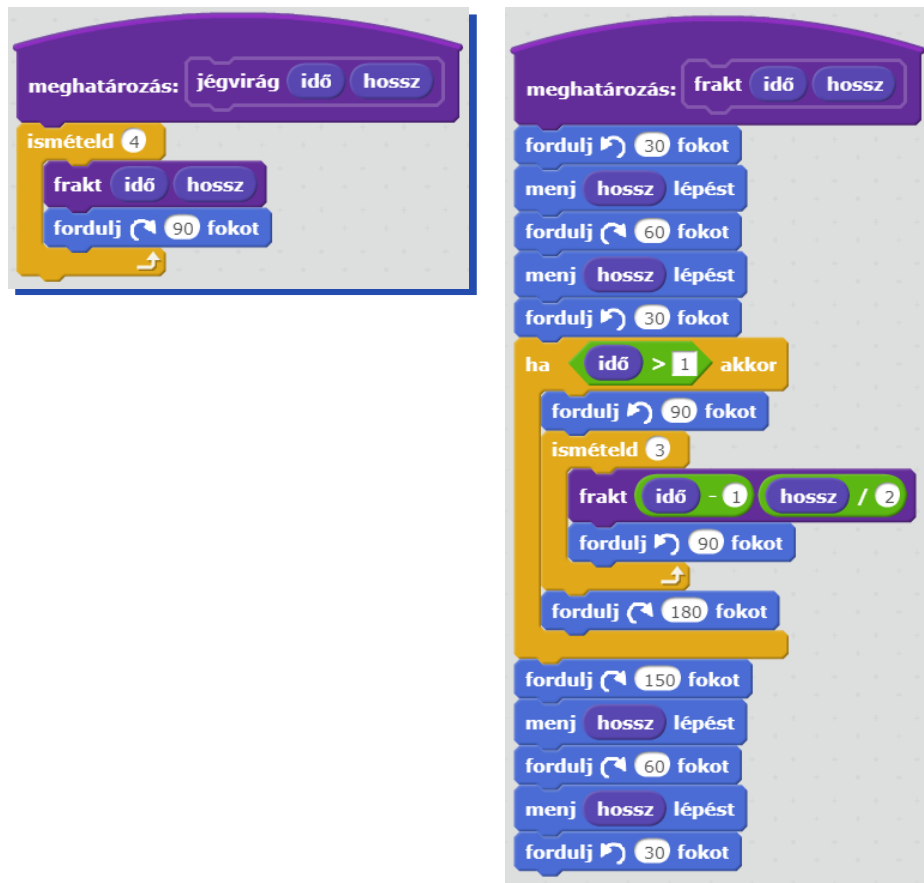
jégvirág **2** **30**



jégvirág **5** **30**

A jégvirág 4-es szimmetriájú, ugyanakkor az egyes szirmok 3 fele ágaznak el, ezért használunk egy „vezérlő” parancsot, amely a rekurzív rajzolót meghívja négyszer.



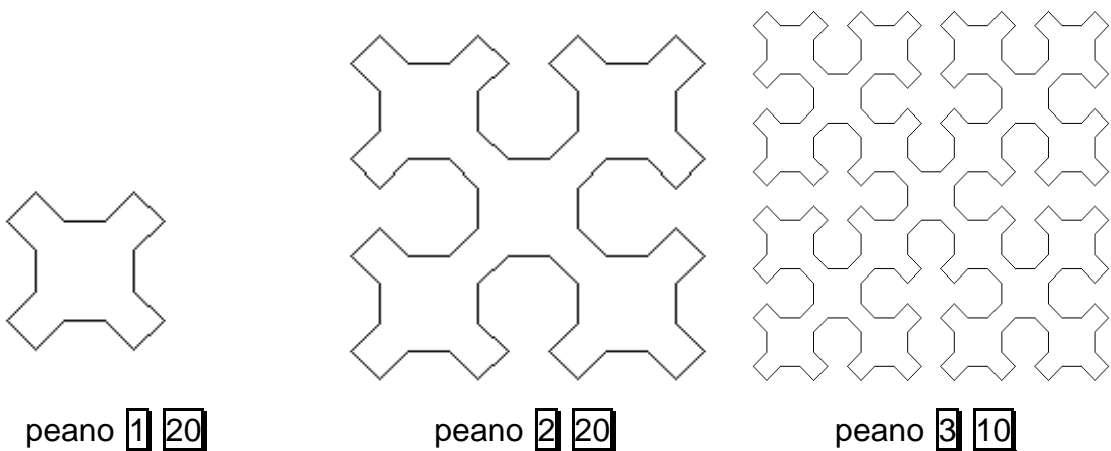


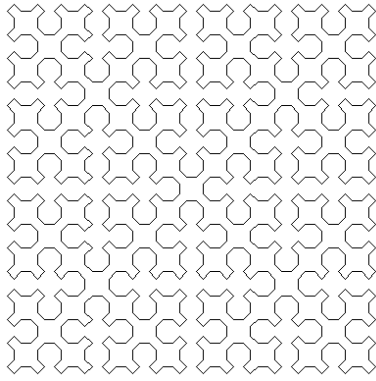
### Peano görbe

Az egyik Peano görbe egy négyzet 4 csúcsára helyezett négyzetekből áll. A második lépésben minden egyes négyzetet egy-egy újabb Peano görbe helyettesít, ... és így tovább.

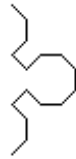
Készíts `peano n h` parancsot az `n`-edik Peano görbe rajzolására, amelynek az oldalai `h` hosszúságúak!

A Peano görbének négyes szimmetriája van, azaz ha az alsó sorban látható eredményű `p` parancsot elkészíted, akkor a Peano görbe mindig 4 ilyen egymáshoz illesztéséből áll.

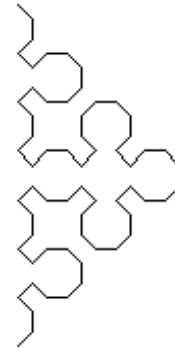




peano **4** **5**



p **2** **20**



p **3** **20**

```

meghatározás: peano n h
ismételd 4
  p n h
  fordulj 45 fokot
  menj h lépést
  fordulj 45 fokot
  
```

```

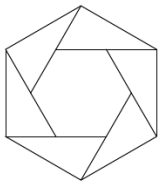
meghatározás: p n h
ha n = 1 akkor
  fordulj 45 fokot
  menj h lépést
  fordulj 45 fokot
  menj h lépést
  fordulj 45 fokot
  menj h lépést
  fordulj 45 fokot
különben
  p n - 1 h
  fordulj 45 fokot
  menj h lépést
  fordulj 45 fokot
  p n - 1 h
  fordulj 90 fokot
  menj h lépést
  fordulj 90 fokot
  p n - 1 h
  fordulj 45 fokot
  menj h lépést
  fordulj 45 fokot
  p n - 1 h
  
```

## Szintenként másként viselkedő fraktálok

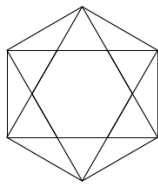
### Hatszög, egymást hívó rekurzív parancsokkal

Egy hatszög belsejébe kétféle (A, illetve B típusú) összekötő vonalakkal helyezhetünk el egy másik hatszöget. A belső hatszögbe újabb hatszöget tehetünk, s abba pedig természetesen még újabbakat. Az összekötő vonalak befelé haladva mindig változnak (A típusú belsejében B típusú, B típusú belsejében pedig A típusú van). Egy hatszög oldalhossza mindig az őt közvetlenül tartalmazó hatszög oldalhosszának **gyök 3**-ad része.

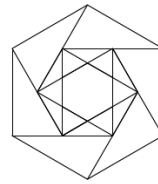
Készítsd el a két hatszögrajzoló parancsot (**hata db h**, **hatb db h**)! A külső hatszögben **db** darab hatszögnek kell elhelyezkedni, és **h** legyen a külső hatszög oldalhossza!



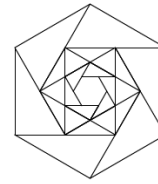
hata 1 100



hatb 1 100



hata 2 100



hata 3 100

Egymást kölcsönösen hívó két rekurzív parancsot kell készíteni.

```

meghatározás: hata db h
ismételd 6
  fordulj 90 fokot
  menj h / 3 * gyök 3 lépést
  menj -1 * h / 3 * gyök 3 lépést
  fordulj 90 fokot
  menj h lépést
  fordulj 60 fokot
  fordulj 90 fokot
  menj h / 3 * gyök 3 lépést
ismételd 6
  menj h / 3 * gyök 3 lépést
  fordulj 60 fokot
ha db > 1 akkor
  fordulj 120 fokot
  hatb db - 1 h / 3 * gyök 3
  fordulj 120 fokot
  menj -1 * h / 3 * gyök 3 lépést
  fordulj 90 fokot

```

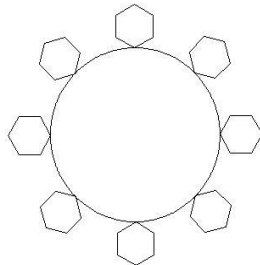
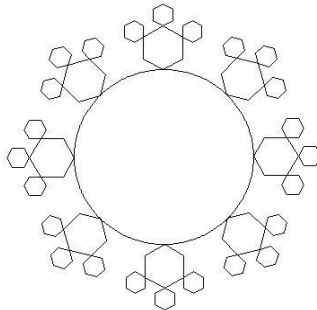
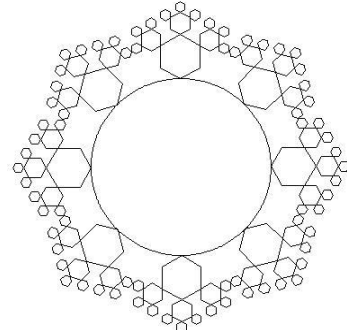
```

meghatározás: hatb db h
ismételd 6
  fordulj 90 fokot
  menj h * gyök 3 lépést
  menj -1 * h * gyök 3 lépést
  fordulj 90 fokot
  menj h lépést
  fordulj 60 fokot
  fordulj 90 fokot
  menj h / 3 * gyök 3 lépést
ismételd 6
  menj h / 3 * gyök 3 lépést
  fordulj 60 fokot
ha db > 1 akkor
  fordulj 120 fokot
  hata db - 1 h / 3 * gyök 3
  fordulj 120 fokot
  menj -1 * h / 3 * gyök 3 lépést
  fordulj 90 fokot

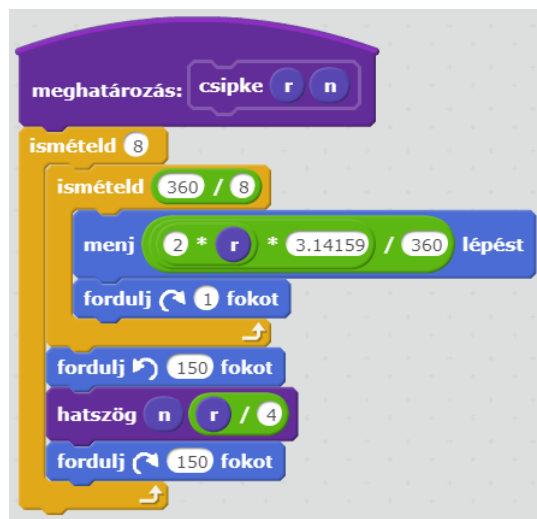
```

## Csipke

Készítsd el a következő csipke  $r$   $n$  parancsot, amely egy nyolcas szimmetriájú csipke terítőt rajzol, amely  $r$  sorból áll és az egyes csipkék mérete  $n$ . A csipke darabok hatszögekből állnak, és a következő sor, csak a hatszög „külső” három csúcsára illeszkedik.

csipke  $100$   $1$ csipke  $100$   $2$ csipke  $100$   $3$ 

Egy körvonalból nyolc hatszög alapra épülő elem nő ki:



A hatszög alakú elemekből rekurzívan újabb 3-3 hatszög nő ki:



# Számításokkal vezérelt rajzolás

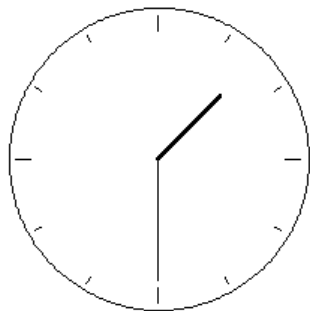
Időnként szükség lehet arra, hogy a rajz elkészítéséhez különböző számításokat is elvégezzünk. Néhány példán keresztül szeretnénk megvilágítani, hogy miről is van szó. Ha az a feladatunk, hogy rajzoljuk ki egy analóg óra számlapját a helyes mutató állásokkal akkor, ha az éjfél óta eltelt időt adjuk meg percekben, akkor ki kell számolni, hogy hányadik órában járunk és az utolsó egész órától hány perc telt el. Hasonlóan, ha ki akarjuk rajzolni egy decimális szám bináris megfelelőjét, először el kell végezni a számrendszerek közötti átváltást. Nézzük meg ezeket a példákat a megvalósításukkal együtt!

## Elfordulás szögének kiszámítása

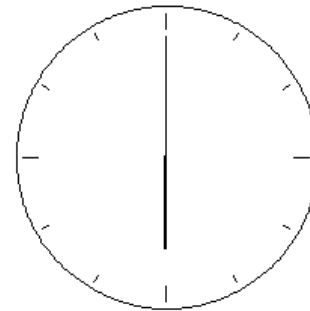
### Óra

Készíts `órákép` `o` `p` parancsot, amely az alábbi óralapot képes rajzolni, ahol az `o` paraméter az óra értékét adja meg, a `p` paraméter pedig a perceket.

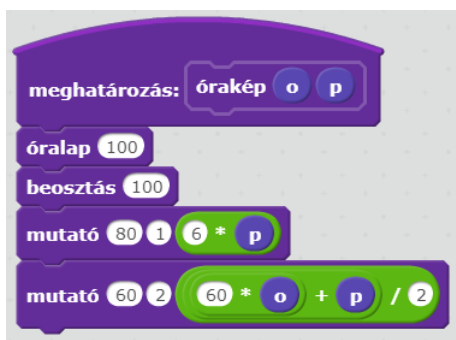
órákép `13` `30`



órákép `6` `0`

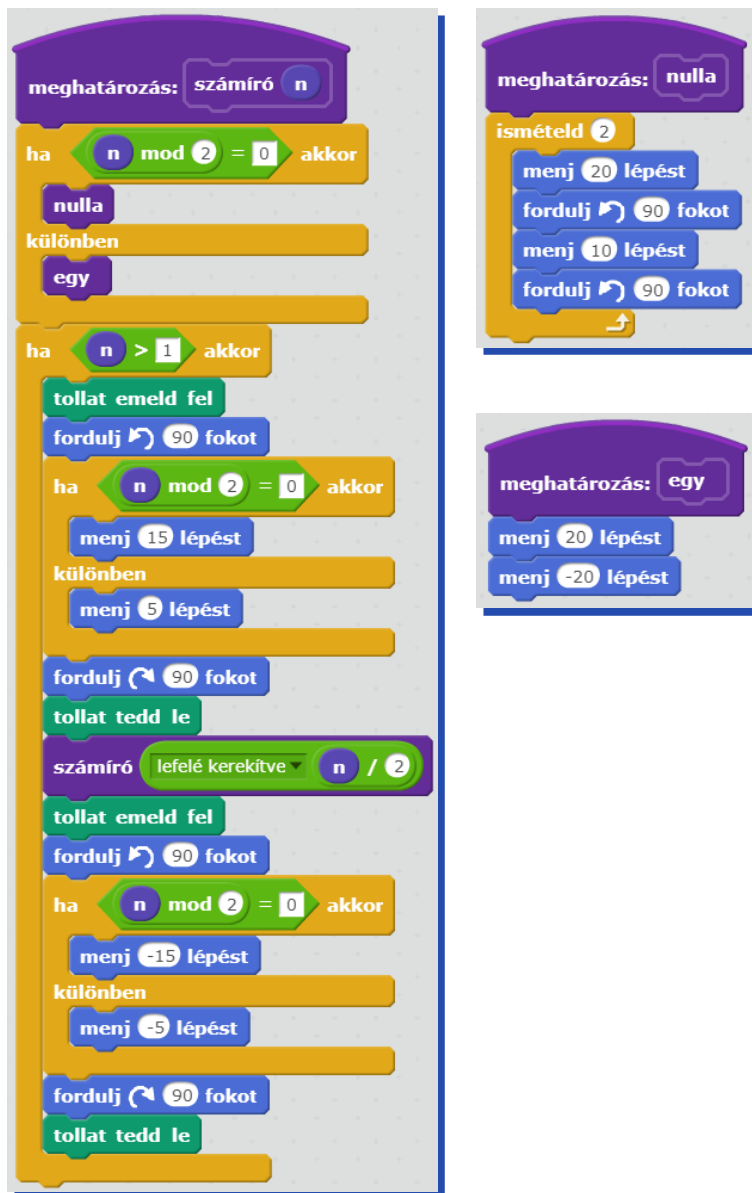


A mutató körbefordulása közben 360 fokot tesz meg. Mivel egy órában 60 perc van, a nagymutató egy perc alatt 6 fokot fordul el. A kismutató 12 óra alatt fordul körbe, azaz fordul 360 fokot. Egy óra alatt a kismutató így 30 fokot, egy perc alatt 0.5 fokot fordul. Ezek alapján már kiszámítható egy adott időben az elfordulás szöge, ha meghatározzuk, hogy hány perc telt el éjfél óta (összesen hány fokot kellett elfordulnia).





(jobbról balra haladva), az eredménnyel pedig újra és újra elvégezzük az osztást, amíg nullát nem kapunk.





# Szöveggel vezérelt rajzolás

Az informatikán belül az egyik jelentős terület a különböző vezérlési feladatok megoldása mondjuk egy gyártósoron, de gondolhatunk például egy robotra a jövőből, amelyik már érti, amire szóban utasítjuk.

A teknőcgrafikában egy szöveges paraméterrel speciális parancsok sorozatát adhatjuk meg. Készíthetünk például egyszerű rajzoló programot vagy akár rovásíró alkalmazást is. A szövegekben megadhatjuk egy sor vagy mozaik kirajzolandó elemeit, és ilyenkor természetesen nem kell ezeknek valamilyen szabályszerűségnek megfelelően következni egymás után.

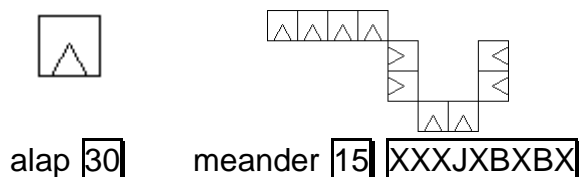
A Scratch-ben meghatározható egy szöveges paraméter adott sorszámú karaktere. A Logo nyelvvel ellentétben azonban nem áll rendelkezésre a szöveg első vagy utolsó karakterét eltávolító utasítás, ezért a szövegeket a rekurzió helyett iteratíván lehet feldolgozni.

Lássunk néhány példát szöveggel irányított rajzolásra.

## Vezérlés karaktersorozattal

### Meander, fordulások vezérlése

Meandernek nevezik az olyan sormintákat, amelyek valamilyen szabályszerűség szerint kanyarognak. Készíts parancsot (**alap h**), amely egy, az alábbi ábrának megfelelő alapelemet rajzol! A meander kanyargását paraméterekkel szeretnénk vezérelni. Készíts parancsot (**meander h sz**), amely az alapelemet az **sz** szöveg karakterei szerinti sorrendben ismétli. A meander először jobbra indul. Ha az **X** betű következik, akkor a haladási irányt megtartja; a **J** betű hatására az irány jobbra változik 90 fokkal, a **B** hatására pedig balra 90 fokkal.



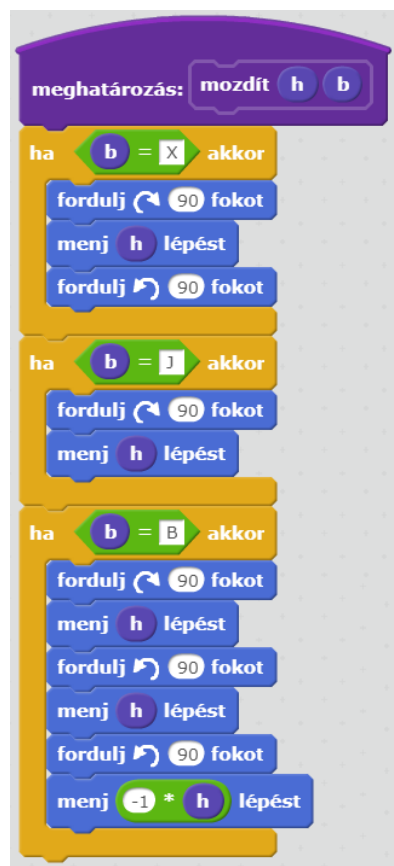
Karakterenként rajzolja ki a meandert!



Az elemi alakzat kirajzolása:



A beérkező parancs kódja alapján kanyarodunk:



### Morze, a rajzolás alakjának vezérlése

A Morze ábécében az egyes betűket hosszú és rövid vonalakkal jelöljük. Az egyes karaktereknek megfelelő pontok és vonalak kirajzolását vezéreljük majd a parancsunkkal. A következő feladatban az alábbi betűket használjuk:

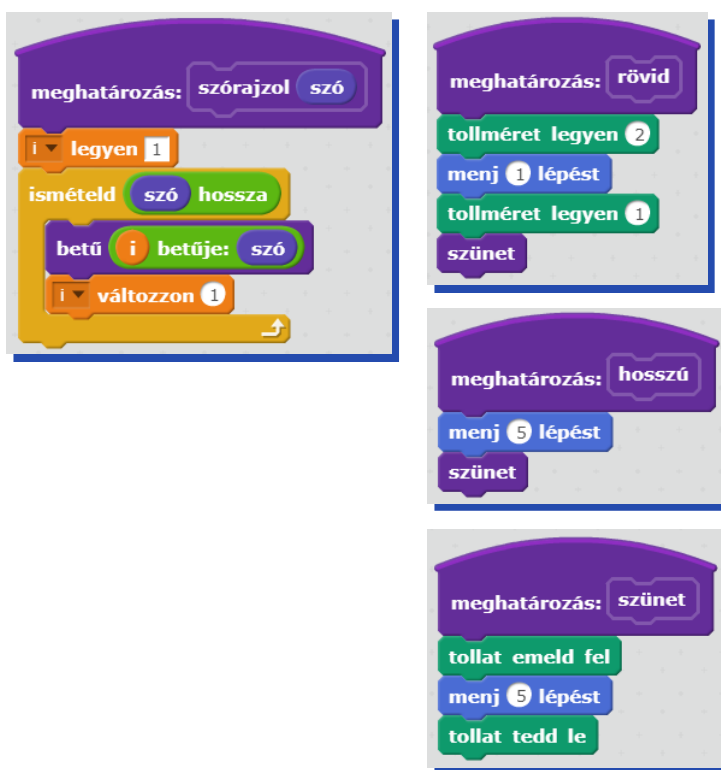
a: • – o: – – – p: • – – • r: • – • t: –

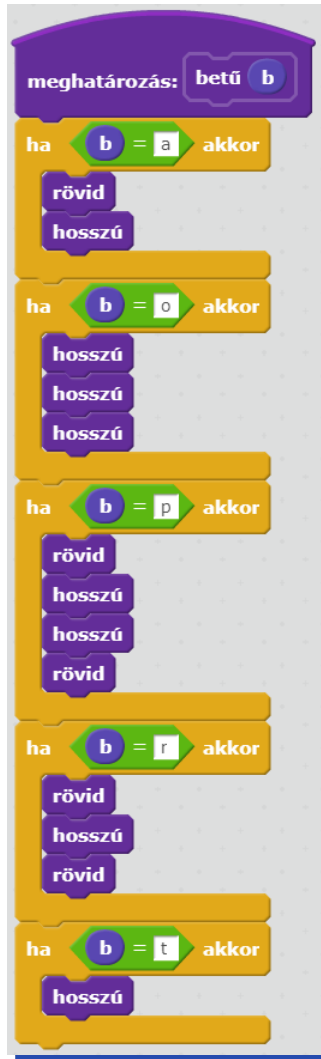
Készíts parancsokat (abetu, obetu, pbetu, rbetu, tbetu) a fenti 5 betű morzejelének kirajzolására, valamint egy szórajzol [szó] parancsot, amely (a parancsot megelőző 90 fokos jobbra fordulás után) egy szó morzejeleit rajzolja úgy, hogy az egyes betűk közé két üres helyet tesz!

szórajzol [por] -> • – – • – – – • – •

szórajzol [tar] -> – • – • – •

Karakterenként dolgozzuk fel a szót – karakterenként rajzoljuk ki a morzejeleket.





# Irodalomjegyzék

- Abonyi-Tóth Andor, Heizlerné Bakonyi Viktória, Zsakó László: Logo versenyfeladatok, TÁMOP- 4.1.2.B.2-13/1-2013-0007 „Országos koordinációval a pedagógusképzés megújításáért”
- Abonyi-Tóth Andor, Holler János, Rozgonyi-Borus Ferenc: Képzeld el! Imagine - technőcgra-fika, multimédia és játékok, ABAX Kiadó, 2007
- Abonyi-Tóth Andor, Holler János, Rozgonyi-Borus Ferenc: Képzeld el! Imagine - algoritmu-sok, játékok, ABAX Kiadó, 2008
- Logo versenyfeladatok tára, 1998-2002, NJSzT, Budapest, 2013
- Logo versenyfeladatok tára, 2003-2007, NJSzT, Budapest, 2013
- Logo versenyfeladatok tára, 2008-2012, NJSzT, Budapest, 2013
- A Logo OSzTV honlapja: <http://logo.inf.elte.hu/>